COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 12 AVRIL 1898,

PRÉSIDÉE PAR M. VAN TIEGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Aimé Girard*, Membre de la Section d'Économie rurale, décédé le 12 avril.

Les obsèques auront lieu le vendredi 15 avril.

Sur la proposition de M. le Président, l'Académie décide que la séance sera levée, en signe de deuil, immédiatement après le dépouillement de la Correspondance.

M. **Th. Schlœsing** ajoute :

« M. Aimé Girard était, dans l'Académie, le représentant le plus autorisé des industries chimiques et agricoles. Après des travaux de Science

pure très estimés, il avait été nommé professeur de Chimie industrielle au Conservatoire des Arts et Métiers, en remplacement de Payen. Son enseignement devint dès lors le but dominant de ses efforts. Affable et gai, loyal, d'un entier désintéressement, il avait tout le nécessaire pour forcer l'entrée des usines; les industriels chez qui il pénétrait, tant en France qu'à l'étranger, devenaient et restaient ses amis; ils lui livraient une foule de renseignements inédits dont il enrichissait ses attrayantes leçons; en retour, M. Aimé Girard leur prodiguait les conseils suggérés par son expérience et ses propres travaux. En peu d'années, ses belles recherches sur les fibres végétales, le blé, les farines, les sucres, les boissons avaient fait de lui la première autorité, souvent consultée par nos gouvernants, dans les grandes industries du papier, de l'alcool, du sucre, de la meunerie, de la boulangerie.

» L'étude des produits du sol mène à celle de leur production; dans cette nouvelle voie, M. Aimé Girard a rendu d'éclatants services et, après ses recherches sur le développement et la culture de la betterave et de la pomme de terre, il avait conquis, parmi les agriculteurs, la même situation, les mêmes sympathies dont il jouissait dans le monde industriel.

» Affaibli, dans ces dernières années, par de fréquents assauts de la maladie, attristé par des deuils répétés, il a continué néanmoins son courageux labeur; la mort l'a pris pendant qu'il appliquait aux blés de diverses origines les procédés nouveaux d'analyse qui ont été l'objet de sa récente et dernière Communication à l'Académie. C'est maintenant qu'on peut mesurer, par le vide qu'il laisse, la place qu'il occupait dans les Sociétés savantes et les Conseils dont il faisait partie. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Observations relatives à l'action de l'oxygène sur le sulfure de carbone et à l'influence chimique de la lumière. — Travail préliminaire qui détermine les réactions;* par M. **Berthelot**.

« J'ai fait quelques observations relatives à l'action que l'oxygène exerce sur le sulfure de carbone, à la température ordinaire et sous l'influence de la lumière. Cette action soulève divers problèmes généraux de Mécanique chimique.

» En effet, on sait comment l'action de l'oxygène sur le sulfure de carbone s'exerce directement, à partir de la température de 200° environ, avec inflammation. En présence d'un excès d'oxygène et provoquée par

une étincelle, elle est immédiate, explosive; la totalité du composé se changeant en acides carbonique et sulfureux, c'est-à-dire dans les produits qui répondent à ce maximum thermique vers lequel tend toute réaction chimique.

» Mais l'oxydation du sulfure de carbone s'effectue-t-elle dès la température ordinaire, en général? ou dans des conditions spéciales? d'une façon complète ou partielle? avec formation des produits d'une combustion totale, ou intermédiaire? Ce sont là des questions d'autant plus intéressantes qu'elles comprennent celle de la nécessité d'un travail préliminaire, susceptible de déterminer l'action chimique, lorsque celle-ci dégage par elle-même de la chaleur : c'est ce travail préliminaire dont j'ai mis le rôle en évidence depuis longtemps et dont l'étude a fait depuis, sous des dénominations diverses, l'objet des recherches de beaucoup de chimistes et de physiciens. Le cas de l'oxydation du sulfure de carbone mérite d'autant plus notre attention que le travail préliminaire, accompli sous l'influence de la lumière, dépend de son intensité, non seulement comme grandeur, mais comme existence même.

» En fait, les expériences que j'ai réalisées et que je vais résumer établissent, en premier lieu, que l'oxydation directe et exothermique du sulfure de carbone gazeux par l'oxygène dilué n'a pas lieu d'une façon appréciable à la température et à la pression ordinaires, sous l'influence de la lumière diffuse, agissant dans une pièce bien éclairée, même dans l'espace d'une année. Il est donc établi tout d'abord, dans le cas présent, qu'une telle oxydation exige un certain travail préliminaire.

» Or il en est tout autrement, comme on sait, dans le cas de la plupart des réactions photochimiques. Par exemple, l'union du chlore et de l'hydrogène, pour former le gaz chlorhydrique, commence déjà à s'opérer sous l'influence de la lumière diffuse la plus faible et elle croît avec l'intensité de l'éclairage, ainsi que l'ont constaté Gay-Lussac et Thenard. On connaît les études approfondies de Bunsen à cet égard. L'oxydation du sulfure de carbone, au contraire, n'a pas lieu sous de faibles intensités lumineuses. Dans le cas de cette oxydation, je rappellerai qu'un travail préliminaire analogue est susceptible d'être accompli par le concours des énergies calorifiques, c'est-à-dire par une élévation convenable de température, telle que celle qui porte le mélange combustible vers 200° (et probablement dès une température moins élevée). Il en est de même, comme on sait, d'un grand nombre d'autres oxydations, provoquées par les énergies calorifiques.

» Mais ici, je le répète, il s'agit d'un travail préliminaire accompli, à la température ordinaire, sous l'influence des énergies lumineuses. Or celles-ci ne deviennent efficaces, dans le cas du sulfure de carbone, que si l'on recourt à une lumière suffisamment intense, telle que celle de la radiation solaire directe, radiation dont la composition spectroscopique ne diffère guère de celle de la lumière diffuse ; la différence résidant surtout dans l'intensité. En fait, et j'y insiste, ce que la lumière diffuse n'a pas fait au bout d'une année, la radiation solaire directe le détermine au bout de quelques heures, et même presque immédiatement. Cependant, le développement de l'oxydation, dans ces conditions, est lent — quoiqu'il s'agisse d'un système homogène entièrement gazeux — et il se poursuit d'une façon progressive, en formant à la fois des gaz et des solides. Il est d'ailleurs incomplet, c'est-à-dire qu'il n'atteint pas tous les degrés d'une oxydation totale, et il demeure partiel, même au bout d'une année.

» Analysons plus en détail ces divers phénomènes. L'action déterminante, que la lumière solaire met en jeu dans l'oxydation du sulfure de carbone, représente un effet très général, celui de la lumière pour provoquer les oxydations ; effet si manifeste en photographie et dans une multitude de réactions chimiques, d'ordre minéral ou organique. Dans le cas particulier que nous examinons, l'action n'a pas lieu dans l'obscurité et elle est congénère de celle que la lumière exerce, tant sur le sulfure de carbone pur, que sur le soufre mis en présence du sulfure. En effet, on sait que le sulfure de carbone pur, sous l'influence de la lumière, est décomposé partiellement en soufre libre et sous-sulfure brun marron, étudié par Loew et Sidot. On sait également que le soufre dissous dans le sulfure de carbone se précipite à l'état de soufre insoluble sous l'influence de la lumière solaire (Lallemand); ou bien encore, d'après mes propres recherches, sous l'influence de la lumière électrique. Ce sont des phénomènes analogues qui se produisent sur un mélange de sulfure de carbone et d'air : avec cette différence essentielle qu'il y a, dans le dernier cas, oxydation, c'est-à-dire fixation d'oxygène, ainsi que je l'établirai plus loin. Cette oxydation lente n'arrive pas d'ailleurs à son terme; mais, comme il arrive en général dans les cas de cet ordre, elle s'arrête à des produits incomplets et en partie polymérisés. En effet, on observe la production simultanée de l'acide carbonique, de l'oxyde de carbone, du soufre libre, d'un oxysulfure de carbone fixe, c'est-à-dire à formule condensée, et des sulfates alcalins (formés avec le concours des alcalis du verre).

» La réaction photochimique actuelle offre à cet égard quelque analogie

avec l'action de l'effluve électrique. Cependant elle n'est pas accompagnée, comme cette dernière, par une fixation notable d'azote libre sur le sulfure de carbone. J'ai vérifié cette différence, tant en opérant avec un mélange d'air et de sulfure de carbone, qu'avec un mélange gazeux d'azote pur et de sulfure de carbone, exposé pareillement à l'action de la radiation solaire directe : tout au plus reconnaît-on des traces d'une semblable fixation.

» Non seulement l'oxydation du sulfure de carbone, sous l'influence de la lumière, ne donne pas lieu uniquement à des produits extrêmes, mais elle est partielle; un cinquième seulement de l'oxygène présent étant consommé au bout d'une année, tandis que les quatre cinquièmes de cet élément subsistent, en présence de plus des deux tiers du sulfure de carbone inaltéré.

» Ce caractère partiel de la réaction n'est pas attribuable à un équilibre chimique proprement dit entre les composants et leurs composés, demeurés en présence : il est dû, en réalité, à un changement purement physique des conditions du phénomène, car il s'explique par ce que les produits formés tout d'abord constituent à la surface intérieure du verre des ballons, qui contiennent le mélange, une couche susceptible d'arrêter les radiations qui les ont produites, en les absorbant; conformément à une loi bien connue des actions photochimiques, loi dont les analogues se retrouvent dans bien d'autres phénomènes, notamment, en Physiologie, dans l'étude des venins et des toxines.

» Ainsi l'oxydation du sulfure de carbone est déterminée à la température ordinaire par le travail préliminaire des énergies lumineuses.

» Mais, ainsi que je l'ai dit en commençant, on observe dans cette réaction une circonstance fondamentale, à savoir que ce travail préliminaire exige, pour commencer, l'intervention d'une radiation lumineuse suffisamment intense, telle que celle de l'action solaire directe. Celle-ci provoque le phénomène en quelques heures, et le commence même presque immédiatement; tandis que la lumière diffuse ne donne lieu à aucun effet appréciable, *même au bout d'une année*. L'effet n'est donc pas simplement proportionnel à l'intensité lumineuse, contrairement à ce qui arrive pour la combinaison du chlore et de l'hydrogène.

» Ce sont là d'ailleurs des circonstances qui se présentent lors de l'exercice de toutes les énergies susceptibles de déterminer l'action chimique. Ainsi les énergies calorifiques ne commencent à intervenir qu'à partir d'une certaine température, variable suivant les cas, depuis des

températures voisines de -200° jusqu'à la température rouge et au delà. Les énergies électriques donnent lieu à la même observation, ainsi que je l'ai établi notamment pour les formations de l'ozone et des oxydes de l'azote, aux dépens de l'air soumis à l'influence des effluves ([1]).

» Les faits que j'expose en ce moment montrent que les énergies lumineuses se conforment au même principe.

» On peut assimiler l'effet de ces différentes énergies dans les réactions exothermiques à celui d'un agent mécanique, employé pour déterminer par traction la rupture d'un solide : il faut que la tension dépasse les limites d'élasticité pour produire une déformation permanente du système. Cette conclusion s'applique même aux systèmes liquides, comme le montrent, soit les phénomènes de sursaturation, de surfusion, de retard dans l'ébullition; soit les phénomènes relatifs à la dilatation forcée des liquides, maintenus dans un vase qu'ils continuent à remplir entièrement et à volume sensiblement constant, pendant une certaine période de leur refroidissement ([2]).

» Je vais préciser ces notions générales, en résumant mes observations.

» On prend un ballon de $2^{\text{lit}},5$ à 3^{lit}, rempli d'air; on y introduit une ampoule scellée, contenant un poids de sulfure de carbone voisin de 1^{gr}, poids susceptible de se vaporiser entièrement dans la capacité du ballon, à la température de 15° : il y occupe environ $\frac{1}{3}$ de litre, avec sa tension normale. L'oxygène de cet air ne serait pas d'ailleurs suffisant pour une oxydation totale, laquelle exigerait environ 5^{lit} d'air.

» Cela fait, on étrangle le col du ballon; on le laisse refroidir, on le scelle à la lampe, et l'on brise l'ampoule par des secousses ménagées.

» On a préparé trois ballons de ce genre, le 18 mars 1897. Deux ont été placés sur une table du laboratoire, en un endroit bien éclairé, mais que les rayons solaires directs ne pouvaient pas atteindre. Le troisième a été déposé sur le toit du laboratoire, de façon à recevoir au contraire l'action directe du soleil (sauf les radiations absorbées par le verre, bien entendu).

» L'expérience a été continuée jusqu'au 31 mars 1898 et j'en ai examiné les produits.

» 1. Ballon conservé dans un endroit bien éclairé, mais à l'abri des radiations solaires directes. $CS^2 = 1^{\text{gr}},055$. — Au bout d'une année, la surface intérieure était restée nette et transparente. Pas trace de soufre déposé. On extrait un certain volume de gaz. Pas d'acide carbonique. On absorbe la vapeur du sulfure de carbone avec un fragment

---

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XII, p. 443.

([2]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXX, p. 232; 1850.

de potasse imbibé d'alcool; puis on élimine les vapeurs d'eau et d'alcool par SO^4H^2.

Composition du gaz restant........	O = 20,7
	Az = 79,3

» 2. Ballon semblable, traité de même. CS^2 = 1gr,14. Ni soufre libre, ni CO^2.

Composition du gaz restant........	O = 20,9
	Az = 79,1

Moyenne........	O = 20,8
	Az = 79,2
	100,0

» D'après ces analyses, l'oxygène n'a été absorbé d'une façon appréciable; ni le sulfure de carbone altéré sous l'influence de la lumière diffuse, continuée pendant une année.

» Je suis arrivé au même résultat en opérant avec le thiophène, C^4H^4S, au lieu de sulfure de carbone; 2gr,086 de ce composé ayant été placés dans un ballon de 2lit,5 plein d'air, conservé dans le même laboratoire, à la lumière diffuse. Au bout d'une année, l'air intérieur a offert la composition suivante : O = 20,9; Az = 79,1.

» 3. Ballon semblable, de 2lit,5, contenant du sulfure de carbone et de l'air, exposé à la radiation solaire directe sur un toit. L'air circulait librement tout autour du ballon. CS^2 = 1gr,070. — Il s'est formé, dès les premiers heures d'insolation, à la surface intérieure du ballon, un dépôt blanchâtre, ou blanc jaunâtre, qui a augmenté progressivement. Au bout d'une année, j'ai analysé les gaz et les produits solides.

Gaz....................	CO^2 =	1,5
	CS^2 =	8,5
	CO =	2,3
	O =	14,7
	Az =	72,0
	Vapeur d'eau =	1,0
		100,0

Température......	10°	au moment de la clôture du ballon.
Pression..........	0m,766	
Volume intérieur du ballon...........................	2lit,50	

» Ainsi, il subsistait une dose considérable de sulfure de carbone : soit, d'après le rapport entre sa tension et celle de l'azote dans le gaz final : 0gr,761. Il en a disparu 0gr,309; un peu moins du tiers.

» Le rapport entre l'azote et l'oxygène dans le gaz final était 72,0 : 14,7, au lieu du rapport de l'air normal : 72,0 : 19,0. Il en résulte une absorption de 4,3 centièmes d'oxygène; soit pour 100 volumes d'air pur : 4,7 centièmes de l'oxygène initial; c'est-à-dire pour 2lit,50 d'air, renfermant un centième de vapeur d'eau, 116cc d'oxygène. D'après les pressions et températures observées, cela fait 0gr,160. La formation de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone ayant consommé 0gr,028 de cet oxygène,

le surplus a été employé sous d'autres formes : une petite quantité ayant concouru à former un oxysulfure solide, dont il va être question, et le surplus, soit $0^{gr},132$, ayant constitué des sels fixes, sulfates et carbonates, aux dépens des alcalis du verre du ballon, sels susceptibles d'ailleurs d'être constatés consécutivement.

» D'autre part, l'acide carbonique libre et l'oxyde de carbone contiennent une dose de carbone égale sensiblement au tiers de celle du sulfure de carbone inaltéré ; c'est-à-dire qu'ils représentent $0^{gr},251$ de sulfure de carbone détruit, dont le soufre se retrouve, en partie à l'état libre, en partie à l'état de sulfate.

» Passons à l'examen des *matières solides :*

» La substance blanchâtre, qui tapisse le ballon, y adhère fortement. Chauffée dans un tube fermé par un bout, elle développe une odeur alliacée, du soufre, qui se volatilise, et une matière charbonneuse, qui reste au fond du tube.

» On a traité la substance blanchâtre par du sulfure de carbone : une grande partie s'est dissoute, la majeure partie est demeurée insoluble et amorphe.

» Je rappellerai ici que le soufre dissous dans le sulfure de carbone se change en soufre insoluble, sous l'influence de la lumière solaire. Mais cette substance est ici mélangée avec un sous-sulfure de carbone rouge brun, produit sous la même influence, aux dépens du sulfure de carbone lui-même. La majeure partie du soufre résultant de la destruction du sulfure de carbone demeure ainsi adhérente au vase, tandis qu'une portion plus faible entre en dissolution.

» L'évaporation spontanée lente (dans un vase profond) de la liqueur sulfocarbonique a laissé des granules sphéroïdaux amorphes, hérissés de fines aiguilles, et renfermant quelques traces de sous-sulfure rouge brun : le tout pesait $0^{gr},15$.

» On l'a introduit dans un tube de verre que l'on a scellé, après y avoir fait le vide avec la trompe à mercure, et qu'on a chauffé au rouge sombre avec précaution. On a obtenu ainsi :

	gr
Soufre sublimé.	0,104
Matière charbonneuse, recueillie autant que possible...	0,030
Acide carbonique.	0,0024
	0,1364
Sulfure de carbone et substances non dosées.	0,0136

» On voit que ce produit renfermait à l'état combiné du soufre, du carbone et de l'oxygène. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'absorption de l'oxygène par le pyrogallate de potasse;* par M. **Berthelot.**

« On sait que Liebig a proposé de doser l'oxygène dans les mélanges gazeux en l'absorbant au moyen du pyrogallate de potasse : ce procédé très commode et expéditif est demeuré en usage, quoique moins exact

que l'analyse par détonation. Son principal défaut consiste dans la formation simultanée d'une petite quantité d'oxyde de carbone [1], d'abord méconnue. D'après les observations des auteurs, elle s'élève dans certaines conditions jusqu'à 3 et 4 centièmes du volume de l'oxygène absorbé, pour tomber dans d'autres à 1 centième et même à 0,6; sans que les conditions qui président à ces variations soient connues. Ayant eu occasion de doser l'oxygène dans divers mélanges gazeux, j'ai repris l'étude de cette réaction; j'ai déterminé les rapports exacts entre les proportions d'acide pyrogallique, de potasse employés et la proportion d'oxygène absorbé, ce qui n'avait pas été fait, et j'ai reconnu dans quelles conditions il convient d'opérer pour réduire la dose d'oxyde de carbone produite au minimum, au millième par exemple du volume de l'oxygène absorbé. J'ai d'ailleurs mis en œuvre concurremment un absorbant qui ne produit pas d'oxyde de carbone, à savoir le protochlorure de chrome, que l'on obtient aujourd'hui facilement. Toutefois ce dernier offre un autre inconvénient : celui d'exercer, surtout en solution ammoniacale, une action spécifique sur les carbures d'hydrogène non saturés.

» Mes expériences sur le pyrogallate de potasse ont consisté à opérer avec des dissolutions, tantôt presque saturées, tantôt diluées, de pyrogallol et de potasse, voire même avec la potasse solide, et à employer ces deux composés dans des rapports équivalents exacts, et variés depuis $\frac{1}{2}$ équivalent de potasse jusqu'à 3 équivalents, et au delà, à la température ordinaire et à une température supérieure. J'ai déterminé les doses limites d'oxygène absorbées dans ces diverses conditions, les doses d'oxyde de carbone formées, la vitesse d'absorption de l'oxygène, et enfin la proportion d'oxyde de carbone produite non seulement dans les réactions arrivées à leur limite, mais encore dès leur début.

» (1).	$C^6H^6O^3 = 126^{gr} +$ eau $= 400^{cc}$	$5^{cc},0$ soit E
	KOH : $56,1 \times 9$ ou $504^{gr},9 +$ eau $= 1000^{cc}$	$5^{cc},0$ soit 3,6E

» On mêle les deux liqueurs à volumes égaux sur le mercure, à la température de 12°, et l'on introduit dans le vase, d'un seul coup, 500^{cc} d'oxygène pur.

» Les $\frac{4}{5}$ environ sont absorbés très rapidement. L'action se ralentissant ensuite, on conserve les produits en présence pendant une semaine, afin

(1) Calvert, *Comptes rendus*, t. LVII, p. 873; Cloez, p. 875; Boussingault, p. 885; 1863.

de laisser l'action se terminer. Cela fait, on dose l'oxygène restant avec le chlorure chromeux; puis l'oxyde de carbone, à l'aide du chlorure cuivreux acide : il reste une petite quantité d'azote préexistant. Le volume de l'oxygène absorbé est égal à 462gr : ce qui fait, toutes corrections exécutées, 0gr,620, soit 49gr,5 pour 1 molécule $C^6H^6O^3$, c'est-à-dire 3 atomes d'oxygène sensiblement.

» On voit qu'il s'agit d'une transformation définie, dont les produits d'ailleurs sont mal connus jusqu'ici.

» D'après ces données, la solution de pyrogallol a absorbé 92 fois son volume d'oxygène; cette absorption s'étant accomplie très rapidement sur les $\frac{8}{9}$ de cet oxygène.

» Le volume de l'oxyde de carbone obtenu a été trouvé égal à 6cc,1; soit 1,32 centième ou $\frac{1}{75}$ du volume de l'oxygène absorbé, c'est-à-dire, en atomes : $\frac{CO}{25}$ pour O.

» (2). *Influence d'une addition progressive d'oxygène.* — Même expérience, mêmes proportions : seulement l'oxygène a été ajouté par fractions successives de 45cc. A la fin, 452cc d'oxygène ont été absorbés; CO formé = 6cc,25. Soit, tout calcul fait, pour $C^6H^6O^3$: O absorbé = 48gr,5.

» L'action, opérée d'un seul coup ou par fractions successives, donne donc les mêmes résultats.

» (3). *Influence de la température.* — On pèse dans des ampoules les mêmes solutions, suivant les rapports exacts $C^6H^6O^3$: 3KOH; on place les ampoules scellées, dans un ballon que l'on remplit d'oxygène (en excès) et que l'on ferme à la lampe; on dispose le ballon dans un bain-marie maintenu à 62°; puis on brise les ampoules par des secousses convenables. Au bout de deux minutes de réaction, on enlève le ballon, on le refroidit et l'on analyse les gaz.

» On a trouvé, en faisant le calcul pour $C^6H^6O^3$,

O absorbé................ 46gr

» L'oxyde de carbone dégagé s'élevait à 1,3 centième du volume de l'oxygène absorbé.

» La réaction à 62° est donc sensiblement la même qu'à la température ordinaire; ce qui montre qu'elle n'est pas modifiée quant à sa limite par l'élévation de température qui l'accompagne. Dans les conditions des analyses, cette élévation de température joue cependant un rôle important; car elle accélère l'absorption de l'oxygène.

» (4). *Vitesse de la réaction* (potasse plus ou moins diluée).

1^{cc} $C^6H^6O^3$ (même liqueur concentrée) : 3KOH. Oxygène ajouté d'un seul coup en excès.

KOH (9 équiv. = 1^{lit}). Volume absorbé.		(1 équiv. = 1^{lit}).	
	cc		cc
Après deux minutes	51	Après deux minutes	47 absorb.
Troisième-quatrième minutes	28	Troisième minute	18
Cinquième minute	4	Quatrième minute	9
Sixième minute	1	Cinquième minute	5
Les quatre minutes suivantes	2	Les huit minutes suiv.	4
Les vingt minutes suivantes	0,5	Les huit minutes suiv.	1
Seize heures	2,5	Vingt-quatre heures	2
	89,0		86
CO	1,3	CO	1,3
	90,3		87,3

» La dilution inégale de l'alcali dans le rapport de 1 : 9 n'a donc modifié sensiblement ni la limite, ni la vitesse relative de la réaction.

» Tout calcul fait : Oxygène absorbé pour $C^6H^6O^3 = 48^{cc},5$ et $47^{gr},3$.

» Dans les deux cas, CO forme 1,5 centième du volume de l'oxygène absorbé.

» Il est digne d'intérêt que la différence de concentration de la potasse ait eu si peu d'influence sur la vitesse de l'absorption. En tout cas, les nombres donnent une idée de la marche générale de l'oxydation; mais les conditions d'agitation, de mélange, de température, de refroidissement, etc. sont trop peu uniformes pour que l'on puisse essayer d'en déduire une loi régulière.

» On voit cependant qu'au bout de deux minutes la dose d'oxygène absorbée s'élevait déjà à plus de moitié de la dose totale; au bout de trois minutes, aux deux tiers, etc.

» L'influence de la dilution s'est manifestée cependant d'une façon plus marquée dans l'expérience suivante.

» (5). *Influence de la dilution.* — Mêmes rapports que dans la seconde colonne ci-dessus.

$C^6H^6O^3$ quatre fois aussi étendue	E
KOH quatre fois aussi étendue	3E

» On ajoute l'oxygène par fractions successives de 40^{cc}. L'action est plus lente.

» Au bout de vingt-quatre heures, on a trouvé

» Pour $C^6H^6O^3$:

O absorbé	50^{gr}
CO dégagé............	2,0 centièmes du volume de l'oxygène absorbé.

» (6). *Proportions relatives de pyrogallol et de potasse.* — On a signalé plus haut les résultats obtenus par les rapports $C^6H^6O^3 : 3KOH$. Voici pour un seul équivalent de KOH :

$C^6H^6O^3$ (liqueur concentrée) + KOH (1 équivalent = 1^{lit}).

Au bout de trois heures : O absorbé = 344^{cc}; c'est-à-dire, tout calcul fait, pour $C^6H^6O^3$: O = $46^{gr},8$. CO produit = $5^{cc},7$, c'est-à-dire 1,66 centième de l'oxygène absorbé.

» On voit que la réaction est sensiblement la même avec 3KOH, ou avec 1KOH : ce qui est très remarquable.

» (7) $C^6H^6O^3$ (liqueur concentrée) + $\frac{1}{2}$KOH (1 équivalent = 1^{lit}). Il se produit un composé cristallisé, peu soluble. Au bout de deux jours et demi, on trouve : O absorbé = 175^{cc}; soit, tous calculs faits, pour $C^6H^6O^3$, O = $23^{gr},8$. C'est la moitié de l'absorption réalisée avec 1KOH. Les choses se passent comme si la moitié seulement du pyrogallol était entrée en réaction.

» CO produit simultanément = $6^{cc},4$, c'est-à-dire 3,66 centièmes de l'oxygène absorbé. Ainsi la proportion relative de l'oxyde de carbone augmente quand l'alcali est insuffisant.

» Une autre expérience semblable a fourni 184^{cc} d'oxygène, c'est-à-dire O = $24^{gr},5$.

» (8) *Production de l'oxyde de carbone aux diverses périodes de l'oxydation* :

$C^6H^6O^3$ ($126^{gr} = 400^{cc}$).............	$10^{cc},2$; soit E,
KOH ($504^{gr},9 = 1^{lit}$).................	10,3; soit 3,75 E.

Ce mélange est susceptible d'absorber 900^{cc} d'oxygène environ. On y ajoute d'abord 102^{cc} d'oxygène.

» Au bout de trois minutes, l'absorption étant presque totale, on sépare le résidu, soit $0^{cc},3$. Ce résidu contient

CO 0,1;

c'est-à-dire que le rapport de l'oxygène absorbé d'abord à l'oxyde de carbone produit est égal à un millième seulement.

» On ajoute à la liqueur 103^{cc} d'oxygène. Après quelques secondes :

Résidu gazeux................................	0,15,
CO..	0,1.

Même conclusion.

» On ajoute alors à la liqueur 301^{cc} d'oxygène.

» Le résidu, formé à peu près en totalité d'oxyde de carbone, s'élève à 5^{cc},3; soit 1,77 centième du volume de l'oxygène absorbé.

» On ajoute un excès d'oxygène, de façon à compléter la réaction. Le résidu, après séparation de l'excès d'oxygène par le chlorure chromeux, donne une dose d'oxyde de carbone représentant 1,70 du volume de l'oxygène absorbé.

» Le rapport moyen des quatre déterminations entre l'oxygène absorbé et l'oxyde de carbone produit est 1,35 centième, c'est-à-dire le même que dans les absorptions effectuées d'un seul coup.

» Il résulte de ces expériences que, pour ne donner naissance qu'à des quantités négligeables d'oxyde de carbone, l'absorption de l'oxygène par le pyrogallate de potasse doit être effectuée en présence d'un excès notable de potasse et avec une dose de pyrogallol capable d'absorber, pour être saturée, quatre à cinq fois autant d'oxygène que le mélange mis en expérience en renferme.

» On réalise ces conditions avec une solution très concentrée, capable d'absorber par exemple quatre-vingt-dix fois son volume d'oxygène, employée sous un volume supérieur au vingtième du volume gazeux analysé. Après l'avoir introduite dans les tubes destinés à l'analyse, on y ajoute soit de la potasse en solution aqueuse saturée; soit, et mieux, de petites pastilles de potasse solide, en proportion convenable, lesquelles se dissolvent rapidement dans la liqueur et déterminent, en quelques minutes, l'absorption complète de l'oxygène.

» Ces expériences donnent lieu à une autre observation, qui n'est pas sans intérêt pour la connaissance même de la réaction chimique, accomplie par le fait de la fixation de l'oxygène sur le pyrogallate de potasse. En effet, il résulte des faits observés que la réaction est la même pour des dilutions extrêmement différentes et qu'elle donne lieu à une même absorption d'oxygène, soit à 10°, soit à 62°; c'est-à dire qu'elle demeure la même entre des limites de température très étendues. Elle est également la même depuis 1 équivalent de potasse jusqu'à 3 équivalents, et plus; tandis qu'au-dessous d'un équivalent, elle est proportionnelle au poids de la potasse. Enfin, quand elle atteint sa limite, elle produit une fixation de

3 atomes d'oxygène; ce qui répond à la formule $C^6H^5KO^6$, ou plus simplement, en faisant abstraction du potassium : $C^6H^6O^6$. Ces rapports représentent soit la formule du composé résultant, soit celle des produits de sa décomposition, telle que celle d'un oxyquinon, $C^6H^4O^5$, formé avec séparation de H^2O. Ce corps peut être isolé, en agitant la liqueur avec de l'éther après l'avoir rendue acide. J'y reviendrai. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La viande et l'amidon comparés au sucre, au point de vue de la valeur nutritive, chez le sujet qui travaille.* Note de M. **Chauveau**.

« Jusqu'à présent, dans mes expériences, la graisse seule a été comparée au sucre, comme aliment de force, au point de vue de la valeur nutritive [1]. C'est, du reste, la comparaison qui importait surtout au but scientifique visé par ces expériences : savoir si la valeur nutritive des aliments, chez le sujet qui travaille, dépend de leur aptitude à fournir le glycogène dépensé par le muscle dans l'exécution de son travail physiologique, plutôt que de la valeur énergétique de ces aliments. Grâce à l'écart considérable existant entre leurs chaleurs de combustion, le sucre et la graisse se prêtent mieux que toute autre substance à la poursuite de ce but. Cet écart est tel (1:2,37) que les résultats de la comparaison de la valeur nutritive du sucre et de la graisse ne peuvent manquer d'être tout à fait démonstratifs. De fait, ceux qui ont été obtenus dans mes expériences ont été des plus caractéristiques. Il est apparu, avec la plus grande évidence, qu'il n'existe aucun rapport entre la valeur nutritive du sucre et de la graisse et la chaleur de combustion que peuvent développer respectivement ces deux substances alimentaires. Quand on les substitue l'une à l'autre dans une ration, il n'y faut pas employer les proportions dites *isodynames*, si l'on veut obtenir les mêmes effets nutritifs. La loi des substitutions est autre et surtout plus complexe. Elle est réglée, d'un côté, par l'aptitude des aliments comparés à entretenir les réserves de glycogène dans l'économie animale, d'un autre côté, par l'influence indirecte qu'ils exercent sur l'assimilation des autres éléments pris concurremment, ainsi que sur le processus de la désassimilation; peut-être encore par d'autres interventions, également d'ordre secondaire comme cette dernière. C'est la première de ces influences qui paraît être de beaucoup la plus active et la plus importante.

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXXV, p. 1070 et t. CXXVI, p. 795.

» En partant de ces données on peut prévoir ce qui arrivera de la comparaison du sucre avec ceux des autres aliments qui jouent le plus grand rôle dans la constitution des rations, tels que les albuminoïdes et l'amidon.

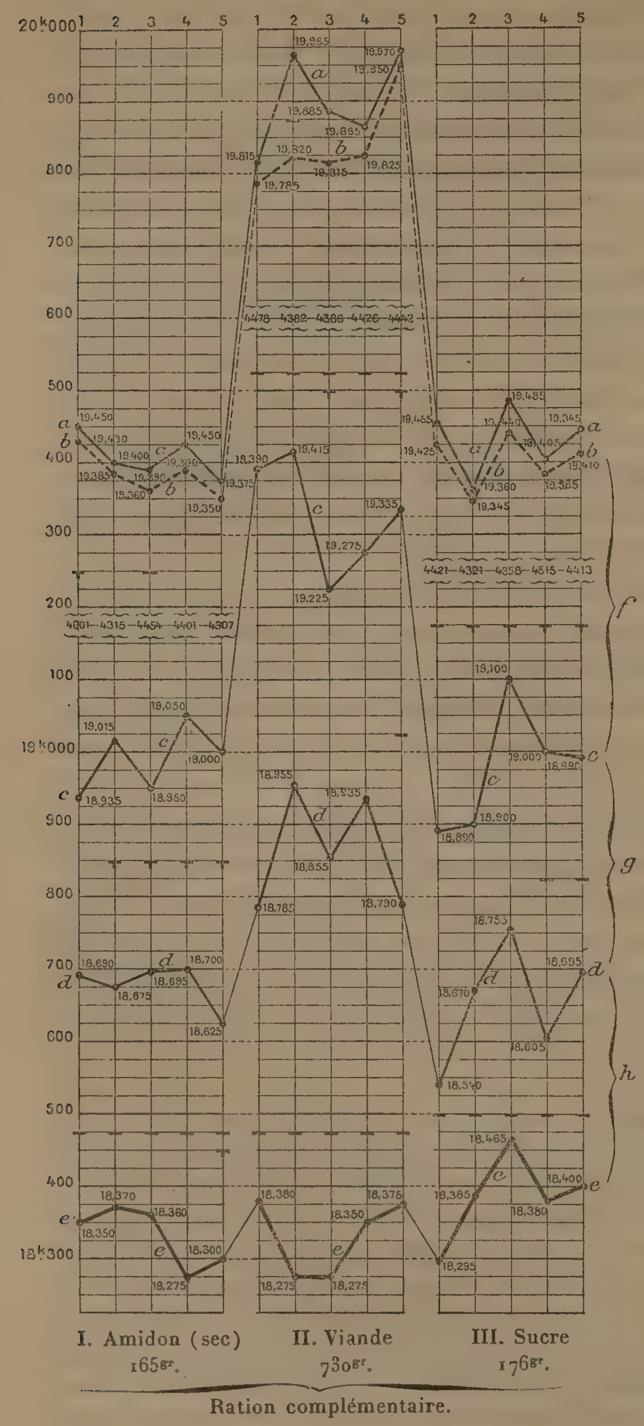
» Ainsi, la viande crue, type des albuminoïdes alimentaires, se trouve, d'une part, dans les meilleures conditions pour s'assimiler en nature. D'autre part, elle peut se transformer en glycogène, dans la proportion de 0,815 pour 1 d'albumine sèche : et cela par un processus d'hydratation (Arm. Gautier) qui produit de la graisse (tripalmitine), avec formation directe d'une petite quantité d'hydrate de carbone, lequel processus est suivi d'une oxydation incomplète de la matière grasse (A. Chauveau), transformant celle-ci complètement en hydrate de carbone. Ce n'est là qu'une hypothèse. La transformation s'effectue peut-être par d'autres processus plus ou moins avantageux. Mais avec toutes les hypothèses possibles, la viande, substituée au sucre dans une ration de travail, en proportion à peu près isodyname, s'annonce à l'avance avec une valeur nutritive peu éloignée de celle du sucre que la viande remplace.

» Avec l'amidon, les choses se passent plus simplement. Son aptitude à se fixer dans le muscle sous forme de glycogène ne peut qu'être très rapprochée de celle de la saccharose employée à dose isoénergétique. On peut donc s'attendre à ce que l'amidon, substitué en cette proportion au sucre, dans une ration de travail, se montrera doué à peu près de la même valeur nutritive.

» La vérification de ces prévisions exigerait des comparaisons multipliées, que les circonstances ne me permettent pas de faire maintenant. Toutefois, j'ai obtenu déjà, sans les chercher spécialement, quelques résultats intéressants. Je vais les faire connaître de suite, parce qu'ils pourront concourir à la clarté des démonstrations que, sur d'autres points, j'aurai à faire plus tard, avant d'avoir pu rendre ces résultats plus complets et plus certains.

» EXPÉRIENCE. — Il s'est rencontré, au cours de mes expériences avec travail sur la chienne employée à la comparaison de la valeur nutritive des aliments, que l'animal a reçu quotidiennement pendant une période de quinze jours, avec la ration fondamentale de 500^{gr} de viande, une ration complémentaire de 165^{gr} d'amidon sec, ou 730^{gr} de viande dégraissée, ou 176^{gr} de sucre. Ce sont là des rations à peu près isodynames, d'une part, et, d'autre part, capables de pourvoir presque également bien au remplacement du glycogène consommé par le travail musculaire. Toutefois, de ce dernier côté, il y avait une certaine infériorité de la ration constituée exclusivement par de la viande, mais avec compensation probable provenant de ce que la richesse de cette ration en albuminoïdes favorisait sans doute l'assimilation en nature d'une plus grande quantité de ces substances.

Graphique des résultats de l'expérience sur l'aptitude respective de l'amidon, de la viande et du sucre à entretenir le sujet qui travaille.



a, b, c, d, e. Courbes des poids du sujet :

a. Après le repas.

b. Avant le travail.

c. De suite après le travail.

d. Sept heures et demie après le travail.

e. Dix-neuf heures et demie après le travail.

f. Intervalle entre la courbe *b* et la courbe *c*, représentant les pertes de poids subies par le sujet pendant la période de travail (durée : deux heures, de 9h 30m à 11h 30m du matin).

g. Intervalle entre la courbe *c* et la courbe *d*, représentant les pertes de poids pendant la première période de repos après le travail (durée : sept heures et demie, de 11h 30m du matin à 7h du soir).

h. Intervalle entre la courbe *d* et la courbe *e*, représentant les pertes de poids pendant la seconde période de repos après le travail (durée : douze heures, de 7h du soir à 7h du matin).

Les chiffres entre deux accolades, inscrits dans l'intervalle qui sépare le début et la fin du travail, indiquent le nombre des tours de la roue dans laquelle le sujet effectuait son parcours.

Les excrétions d'urine et de fèces qui ont eu lieu entre les pesées de la journée sont indiquées par les signes en tirets simples (urine) ou en tirets avec appendice vertical (fèces).

Ce graphique est extrait d'un ensemble commencé le 5 mars 1897 et continué, sans aucune interruption, jusqu'au 14 mars 1898. Il donne un échantillon du procédé appliqué à la comparaison, jour par jour, des résultats obtenus dans les recherches spécialement consacrées à l'étude de l'influence du travail sur la nutrition du sujet soumis à divers régimes alimentaires.

C'est avec les documents tirés de cet ensemble qu'ont été construits les graphiques de mes Notes du 20 décembre 1897 et du 14 mars 1898.

» Chacune des trois rations a été donnée pendant cinq jours consécutifs : d'abord viande et amidon, puis viande et viande, enfin viande et sucre.

» Le travail (chaque jour, deux heures de trot allongé dans la roue) a consisté, pendant cinq jours, en un parcours total de :

Première série (viande et amidon)........	km 132,474
Deuxième série (viande et viande)........	132,684
Troisième série (viande et sucre).........	132,168

» C'est, pour la valeur du travail, l'identité presque absolue dans les trois cas. On la rencontre bien rarement à ce degré. Le hasard qui l'a réalisée a donc singulièrement favorisé les comparaisons que l'on voulait faire.

» Le graphique, très détaillé, qui donne les résultats de ces comparaisons est assez explicite pour dispenser de toute description. Il démontre, par les caractères de la courbe *e* (poids pris vingt-trois heures après l'administration de la ration), que *l'animal s'est entretenu à peu près également bien avec chacune des trois rations complémentaires qui ont été substituées les unes aux autres. Le sucre toutefois semble avoir eu une légère supériorité sur l'amidon et la viande.*

» En d'autres termes, *la valeur nutritive des rations complémentaires d'amidon et de viande s'est présentée comme très peu inférieure à celle de la ration complémentaire de sucre, par conséquent à peu près conforme aux prévisions fondées* 1° *sur la nécessité de la destination glycogénétique des principes immédiats ingérés par l'animal comme aliments de force,* 2° *sur l'intervention des influences capables de favoriser l'incorporation directe des albuminoïdes de la ration.*

» Il importe de remarquer qu'à prendre empiriquement les résultats de la présente étude, en les isolant de ceux qui sont donnés par la comparaison du sucre et de la graisse, on pourrait tout aussi bien rapporter la quasi-identité de la valeur nutritive, dont font preuve les trois rations complémentaires étudiées dans l'expérience actuelle, à l'identité de leur valeur énergétique. Il y a là une rencontre heureuse qui, ne se reproduisant pas dans la comparaison de la graisse et du sucre, rend à la fois plus inattaquable et plus significatif le témoignage écrasant que les résultats unanimes de cette dernière comparaison portent contre l'identification de la valeur nutritive et de la valeur énergétique des aliments.

» Je considère comme absolument impossible de faire cadrer ces derniers résultats avec la théorie des substitutions isodynames. Par contre, il ne serait pas difficile de donner aux faits qui semblent favorables à cette théorie, notamment aux plus topiques, ceux de Wolff et de Kellener, une explication physiologique conforme à la proposition qui fait dériver du glycogène musculaire, exclusivement, l'énergie employée au travail intérieur des muscles.

» Mais j'estime que toute discussion à ce sujet serait pour le moment

prématurée. Les esprits ne sont pas encore assez préparés à la réception et à l'assimilation des faits nouveaux introduits par moi dans la question. Si j'en juge par de récents exemples, le préjugé si puissant de l'isodynamisme empêche de comprendre la portée de ces faits et d'en accepter la signification inévitable, je dirai même de les connaître. Ils sont un peu victimes de la tyrannie des idées préconçues. Donc, il vaut mieux, au lieu de discuter, continuer à demander à l'expérimentation les renseignements inédits qu'elle peut encore donner pour éclairer cette question.

» En parlant, plus haut, du préjugé de l'isodynamisme, je n'ai en vue, bien entendu, que l'extension indûment donnée au fait général que ce mot exprime, c'est-à-dire l'introduction dans ce fait général de l'identité de la valeur nutritive des aliments et de leur valeur énergétique. Je suis obligé de m'élever contre cette identification. Mais je reste fidèle à l'isodynamisme vraiment légitime, celui qui repose sur les belles démonstrations de Rubner, au sujet des rapports existant entre la chaleur de combustion des aliments et la chaleur qu'ils produisent réellement quand ils sont utilisés par l'organisme animal. Sauf les corrections appelées par le mode d'utilisation des albuminoïdes, la chaleur animale résultant des combustions intraorganiques est singulièrement rapprochée de la chaleur qui serait produite par les aliments ingérés s'ils étaient brûlés dans un calorimètre. Quand on les substitue les uns aux autres, dans les rations, les modifications de la thermogénèse suivent exactement ces substitutions, et la chaleur produite reste constante si les substitutions sont faites par poids isodynames.

» Ce sont là des faits inattaquables, qui tiennent une place considérable dans la physiologie générale des êtres appartenant au règne animal. Loin d'amoindrir la valeur de la loi qui exprime ces faits, je crois l'avoir renforcée, en introduisant dans la théorie de l'énergétique biologique la notion précise du *travail physiologique,* travail auquel j'ai attribué hypothétiquement la valeur même de l'énergie fugitivement consacrée à sa création et rendue ensuite sous forme de chaleur sensible. Ce rattachement de toute production de chaleur, dans l'organisme animal, à l'exécution d'un travail physiologique quelconque, en mettant à côté de la chaleur produite le travail intérieur qui en a provoqué la production, précisait davantage la signification attribuée aux expressions *pouvoir thermogène* et *pouvoir dynamogène* des aliments. Cette dernière en acquérait plus d'extension. Elle pouvait être prise à volonté pour un synonyme ou comme un équivalent de la première. Les *substitutions isodynamiques* ou *isodynamogènes* retrouvaient

ainsi en partie, sous une forme plus correcte, la signification dont j'avais été obligé de les déposséder, en démontrant qu'il n'existe aucun rapport nécessaire entre la valeur nutritive et la valeur énergétique des aliments; mais il en existe un entre cette valeur énergétique des aliments et les *travaux physiologiques* à l'exécution desquels l'énergie est consacrée.

» Ainsi, si l'isodynamisme est en défaut dans la théorie de la valeur nutritive des aliments, ce n'est pas, comme d'aucuns le pensent, parce que d'autres processus concourent, pour une part considérable, avec celui de la combustion pure et simple, à la libération de l'énergie consacrée à l'exécution des travaux physiologiques. Quelle que soit l'importance des dédoublements avec ou sans hydratation qui s'interposent alors entre les états énergétiques initial et final du potentiel consommé, la chaleur animale s'identifie toujours, à très peu de chose près, avec la chaleur de combustion de ce potentiel. C'est à chaque instant que je vois les recherches de mes élèves appuyer l'éclatante confirmation donnée par les expériences de Rubner à la théorie générale de Lavoisier sur l'origine de la chaleur animale. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Addition à une précédente Communication, concernant la théorie des formes quadratiques* (¹). Note de M. DE JONQUIÈRES.

« Au point de vue de la simplicité des calculs, dans les recherches auxquelles donnent lieu les équations indéterminées de la forme

$$\Phi = mx^2 - ny^2 = \pm 1 \qquad (m \text{ et } n, \text{ entiers positifs}),$$

il existe, en faveur de la méthode que j'ai appelée *mixte*, un argument d'une certaine importance, qui n'a pu, faute d'espace, trouver place dans ma dernière Communication, et que je vais exposer rapidement.

» Comme, dans le procédé de Gauss, la période des réduites contiguës, au lieu d'avoir pour forme initiale $\Phi = |m, 0, -n|$, débute par une forme $F = |-A, B, C|$, contiguë et proprement équivalente à Φ, et dont le terme

(¹) *Comptes rendus*, t. CXXVI, p. 991.

moyen B n'est pas nul, il s'ensuit, lorsque la réduite $f = |\pm 1, b, c|$, proprement équivalente à $|\mp mn, 0, \pm 1|$ et qui lui est substituée par Gauss, se présente à un rang i de la période (ce qui prouve la résolubilité de l'équation Φ), avec son cortège de coefficients transformateurs α_i, β_i, γ_i, δ_i, il s'ensuit, dis-je, cette conséquence que, les valeurs de ces coefficients étant substituées dans les formules

$$(1) \qquad x = \alpha_i t - (\alpha_i B + \gamma_i C) u, \qquad y = \gamma_i t + (\alpha_i A + \gamma_i B) u,$$

celles-ci fournissent, en fonction des racines indéfinies t, u de l'équation $t^2 - Du^2 = 1$, des valeurs de x et y qui satisfont à l'équation dont la forme est F, mais non pas à l'équation proposée Φ. Comme ce sont ces dernières x', y' que l'on cherche, il faut donc pour les obtenir transformer les valeurs x et y. De là résulte un calcul de plus, à ajouter aux autres, plus nombreux déjà, comme je l'ai dit, que ceux exigés par la méthode mixte.

» Un exemple ne sera pas superflu pour faire comprendre ce dont il s'agit, et je le prends *algébrique*, afin de lui donner plus de généralité.

» Soit à résoudre l'équation

$$(ma^2 + 4)x^2 - my^2 = 1$$

(c'est le problème IV, p. 869).

» Il est inutile de reproduire ici les résultats fournis par la méthode mixte; ils se trouvent p. 870 des *Comptes rendus*. Il suffit de calculer ceux que donne le procédé de Gauss, afin d'établir la comparaison entre les deux méthodes.

» On a ici

$$\Phi = |(ma^2 + 4), 0, -m|,$$

réduite à laquelle on doit, d'après Gauss, substituer, comme réduite initiale, $F = |-m, ma, 4|$, qui lui est contiguë et proprement équivalente, de même qu'à $\varphi = |1, 0, -(m^2a^2 + 4m)|$ on doit substituer

$$f = |1, ma, -4m|.$$

» Ces prémisses posées, voici le Tableau des réduites de la période et de leurs coefficients de transformation respectifs :

				$h.$	$\alpha.$	$\beta.$	$\gamma.$	$\delta.$
F.	$-m$	ma	4	0	1	0	0	1
f_1.	4	$ma-2$	$-[m(a+1)-1]$	$\frac{ma-1}{2}$	0	-1	1	$\frac{1}{2}(ma-1)$
f_2.	$-[m(a+1)-1]$	$m+1$	$m(a-1)+1$	-1	-1	1	$\frac{1}{2}(ma-1)$	$-\frac{1}{2}(ma+1)$
f_3.	$m(a-1)+1$	$m(a-2)$	$-4m$	1	1	2	$-\frac{1}{2}(ma+1)$	$-ma$
f_4.	$-4m$	ma	1	$-\frac{a-1}{2}$	2	$-a$	$-ma$	$\frac{1}{2}(ma^2+1)$
f_5.	1	ma	$-4m$	$2ma$	$-a$	$-2(ma^2+1)$	$\frac{1}{2}(ma^2+1)$	$ma(ma^2+2)$
f_6.	$-4m$	$m(a-2)$	$m(a-1)+1$	$-\frac{a-1}{2}$	$-2(ma^2+1)$	$ma^2(a-1)+2a-1$	$ma(ma^2+2)$	$-\frac{1}{2}\left\{\begin{matrix} m^2a^3(a-1)+3ma^2 \\ -2ma+1 \end{matrix}\right\}$
f_7.	$m(a-1)+1$	$m+1$	$-[m(a+1)-1]$	1	$ma^2(a-1)+2a-1$	$ma^2(a+1)+2a+1$	$-\frac{1}{2}\left\{\begin{matrix} m^2a^3(a-1)+3ma^2 \\ -2ma+1 \end{matrix}\right\}$	$-\frac{1}{2}\left\{\begin{matrix} m^2a^3(a-1)+3ma^2 \\ +2ma+1 \end{matrix}\right\}$
f_8.	$-[m(a+1)-1]$	$ma-2$	4	-1	$ma^2(a+1)+2a-1$	$-(2ma^3+4a)$	$-\frac{1}{2}\left\{\begin{matrix} m^2a^3(a+1)+3ma^2 \\ +2ma+1 \end{matrix}\right\}$	$m^2a^4+3ma^2+1$
f_9.	4	ma	$-m$	$\frac{ma-1}{2}$	$-(2ma^3+4a)$	$-(m^2a^4+3ma^2+1)$	$m^2a^4+3ma^2+1$	$\frac{1}{2}(m^3a^5+4m^2a^3+3ma)$
f_{10}	$-m$	ma	4	$-2a$	$-(m^2a^4+3ma^2+1)$	$2m^2a^5+8ma^3+6a$	$\frac{1}{2}(m^3a^5+4m^2a^3+3ma)$	$-(m^3a^6+5m^2a^4+6ma^2+1)$

» Ici, où F n'a pas son terme moyen nul,

$$t_1 = \tfrac{1}{2}(\alpha_{10} + \delta_{10}),$$

et c'est par $-m$ qu'il faut diviser γ_{10} pour obtenir u_1. On trouve ainsi les mêmes résultats que par la méthode mixte (p. 870), savoir :

$$t_1 = \tfrac{1}{2}[ma^2(m^2a^4 + 6ma^2 + 9) + 2], \qquad u_1 = \tfrac{1}{2}(m^2a^5 + 4ma^3 + 3a).$$

» α_5, γ_5 ayant pour valeurs respectives $-a$ et $\frac{1}{2}(ma^2+1)$, si on les substitue dans les formules (1), celles-ci donnent

$$(2)\quad x = -[at + (ma^2+2)u], \qquad y = \tfrac{1}{2}[(ma^2+1)t + ma(ma^2+3)u]\ldots$$

» On vérifie aisément que ces valeurs, substituées avec leurs signes dans l'équation $-mx^2 + 2ma.xy + 4y^2$, dont la forme est F, la rendent identique; mais elles ne satisfont pas à l'équation proposée, dont la forme est Φ. Il reste donc à passer des valeurs ci-dessus de x et y à celles, x', y', qui satisfont à Φ. Il faut pour cela employer une transformation telle que

$$x = \alpha x' + \beta y', \qquad y = \gamma x' + \delta y',$$

α, β, γ, δ étant des coefficients indéterminés. Or, puisque F est, par sa première partie, contiguë à Φ, on doit, pour rétrograder de F à Φ, donner à ces coefficients les valeurs

$${}^1\alpha = h, \qquad {}^1\beta = 1, \qquad {}^1\gamma = -1, \qquad {}^1\delta = 0,$$

où

$$h = \frac{{}^1B + B}{A} = \frac{0 + ma}{-m} = -a,$$

ce qui donne

$$x = -ax' + y', \qquad y = -x',$$

et, par suite,

$$x' = -y, \qquad y' = x - ay.$$

Substituant dans ces dernières équations les valeurs de x et y, fournies par (2), il vient enfin, en changeant tous les signes (ce qui est permis ici, où l'on n'a plus affaire qu'à x^2 et y^2),

$$(3)\qquad \begin{cases} x' = \tfrac{1}{2}[(ma^2+1)t + ma(ma^2+3)u], \\ y' = \tfrac{1}{2}[a(ma^2+3) + (ma^2+1)(ma^2+4)u]\ldots; \end{cases}$$

ce sont précisément les valeurs trouvées par la méthode mixte; mais il a fallu, pour les obtenir, effectuer un calcul de transformation.

» Je termine par cette remarque que, s'il s'agit d'équations résolubles, où l'on veut trouver les valeurs générales de x et y qui y satisfont, c'est-à-dire les formules (3), et non plus seulement celles de t_1, u_1, t et u; comme il faut, pour les obtenir par la méthode mixte, commencer par calculer la première moitié des coefficients α et tous les coefficients δ, cette méthode n'a plus, à cet égard, autant d'avantages sur l'autre que dans le cas des équations non résolubles où les formules (3) n'existent pas; mais, par compensation, elle n'exige pas les calculs de la transformation finale que l'autre méthode rend indispensables, et la simplicité lui appartient encore, aussi complète que dans l'autre cas. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

HYDROGRAPHIE. — *Les années du grand flot de mars.* Mémoire de M. THIÉBAUT, présenté par M. Hatt. (Extrait.)

(Renvoi à la Commission du prix extraordinaire de six mille francs.)

« Les marées d'équinoxe sont, en général, considérées comme étant les plus fortes de l'année, et, à ce titre, on les utilise pour fixer la ligne de rivage de la mer et délimiter le domaine maritime. En consultant les chiffres publiés par la *Connaissance des Temps* depuis l'origine du siècle, j'ai constaté que les hauteurs relatives, ou coefficients, des marées syzygies varient notablement d'une année à l'autre et que la règle ci-dessus est sujette à quelques exceptions. Il convient donc de choisir certaines années et certaines époques, de préférence à d'autres, pour ne pas s'exposer à compromettre les intérêts du Trésor.

» Le Mémoire que je présente à l'Académie étudie, au point de vue théorique, la loi des variations des coefficients et assigne aux retours du grand flot une période dont la durée est de 9 ans environ, si l'on ne considère qu'un seul équinoxe, ou de 4 ans et demi, si l'on considère indifféremment celui du printemps ou celui d'automne. La cause principale des variations est, en effet, le mouvement du périgée lunaire, dont la révolution se fait en 8 ans et 310 jours environ.

» Au cours de l'analyse très détaillée que j'ai faite de toutes les cir-

constances du phénomène, je signale une période remarquable de 412 jours, au bout de laquelle le Soleil revient au périgée lunaire. Cette période, que j'appelle *année périgéenne*, n'est pas très éloignée, en durée, de deux autres périodes intéressantes, l'une de 413^j,4, qui est celle de 14 mois lunaires ou synodiques, l'autre de 413^j,3 ou de 15 mois anomalistiques. Les deux astres et le périgée lunaire se retrouvent donc à peu près dans la même situation relative après une année périgéenne.

» Deux Atlas de planches et un appareil mécanique de démonstration sont joints au Mémoire. »

M. **Ad. Schott** adresse un Mémoire, écrit en allemand, sur la direction des aérostats.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Perrine, faites à l'observatoire d'Alger (équatorial coudé de* 0^m,318); par MM. **Rambaud** et **F. Sy**, présentées par M. Lœwy.

Dates. 1898.	Étoiles de comparaison.	Grandeur.	Comète. — Étoile. Ascension droite.	Comète. — Étoile. Déclinaison.	Nombre de comparaisons.
			m s	′ ″	
Mars 23......	*a*	9,5	+0. 0,21	+ 1.27,5	18:10
23......	*a*	9,5	+0. 2,89	+ 2. 1,6	18:10
Avril 1......	*b*	8,0	+0. 8,95	− 7.57,5	18:10
1......	*b*	8,0	+0.11,58	− 7.23,9	18:10
4......	*c*	6,9	+0.56,34	+11.20,2	9: 6
4......	*c*	6,9	+0.57,98	+11.36,2	9: 6

Positions des étoiles de comparaison.

Étoiles de compar.	Ascension droite moyenne 1898,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1898,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a	21.31.58,69	+0,40	+20.27.27,2	−5,8	B.B. t. VI, nº 4969.
b	22. 8. 0,18	+0,29	+29.42.19,2	−5,2	Cambr. (Engl.), nº 13277.
c	22.20.24,33	+0,26	+32.16.26,5	−4,8	Armagh, second Catalogue, nº 3019.

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1898.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Mars 23....	15.49.43	21.31.59,30	$\bar{1}$,701$_n$	+20.28.48,9	0,671
23....	16. 5. 7	21.32. 1,98	$\bar{1}$,697$_n$	+20.29.23,0	0,655
Avril 1....	15.54.54	22. 8. 9,42	$\bar{1}$,732$_n$	+29.34.16,5	0,618
1....	16. 9.41	22. 8.12,05	$\bar{1}$,728$_n$	+29.34.50,1	0,594
4....	16.52. 4	22.21.20,93	$\bar{1}$,718$_n$	+32.27.41,9	0,488
4....	16.58.49	22.21.22,57	$\bar{1}$,713$_n$	+32.27.57,9	0,473

Mars 23. — Diamètre du noyau 16″; ensemble de la nébulosité 3′; l'éclat estimé du noyau est celui d'une étoile de 8e grandeur; angle de position de l'axe de la queue 264°.

Avril 1. — Angle de position de l'axe de la queue 269°.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Expressions des dérivées des fonctions thêta de deux arguments au moyen des carrés des fonctions thêta.* Note de M. **E. Jahnke**, présentée par M. C. Hermite.

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de communiquer récemment à l'Académie (*Comptes rendus*, t. CXXV, p. 486-489), j'ai établi, en suivant la méthode due à M. F. Caspary, des systèmes orthogonaux composés avec les dérivées des fonctions thêta de deux arguments. La même méthode m'a conduit à un théorème qui permet de représenter, d'une façon linéaire, les fonctions

$$\begin{aligned}\mathfrak{f}_{\alpha\beta}^{(2\rho)} = \vartheta_{\alpha\beta}(x_1, x_2)\,\vartheta_{\alpha\beta}^{(2\rho)}(x_1, x_2) - \tbinom{2\rho}{1}\vartheta'_{\alpha\beta}(x_1, x_2)\,\vartheta_{\alpha\beta}^{(2\rho-1)}(x_1, x_2)\\ + \tbinom{2\rho}{2}\vartheta''_{\alpha\beta}(x_1, x_2)\,\vartheta_{\alpha\beta}^{(2\rho-2)}(x_1, x_2) - \ldots + \tfrac{1}{2}(-1)^{\rho}\tbinom{2\rho}{\rho}\vartheta_{\alpha\beta}^{(\rho)^2}(x_1, x_2),\\ (\rho = 1, 2, 3, \ldots),\end{aligned}$$

et tout particulièrement les deuxièmes dérivées logarithmiques des fonctions thêta de deux arguments, au moyen des carrés des fonctions thêta.

» Avant d'établir ce théorème, rappelons d'abord le résultat que les seize fonctions $\mathfrak{f}_{\alpha\beta}^{(2\rho)}$ forment les coefficients d'un système orthogonal, dans l'arrangement suivant :

$$\begin{matrix} \mathfrak{f}_{0}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{01}^{(2\rho)}, & -\mathfrak{f}_{03}^{(2\rho)}, & -\mathfrak{f}_{24}^{(2\rho)}, \\ -\mathfrak{f}_{2}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{12}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{23}^{(2\rho)}, & -\mathfrak{f}_{04}^{(2\rho)}, \\ \mathfrak{f}_{4}^{(2\rho)}, & -\mathfrak{f}_{14}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{34}^{(2\rho)}, & -\mathfrak{f}_{02}^{(2\rho)}, \\ \mathfrak{f}_{13}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{3}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{1}^{(2\rho)}, & \mathfrak{f}_{5}^{(2\rho)} \end{matrix}$$

(voir *loc. cit.*, théorème II). Si l'on pose $x_1 = x_2 = 0$, ces fonctions prennent les valeurs constantes $C_{\alpha\beta}^{(2\rho)}$, que j'ai indiquées dans la Note citée (voir théorème III). Pour abréger, je désignerai ces systèmes orthogonaux par $(\mathfrak{f}_{\alpha\beta}^{(2\rho)})$ et $(C_{\alpha\beta}^{(2\rho)})$.

» De plus, représentons par $\Gamma_1\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ le système orthogonal $(\vartheta_{\alpha\beta}^2(x_1, x_2))$ découvert par M. F. Caspary et qui découle, d'ailleurs, du système $(\mathfrak{f}_{\alpha\beta}^{(2\rho)})$ pour $\rho = 0$, et par $\Gamma_2\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ le système qui s'en déduit en échangeant les lignes et les colonnes. Si l'on y substitue les caractéristiques $\begin{smallmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{smallmatrix}$, $\begin{smallmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{smallmatrix}$, les systèmes se changeront en

$$\Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \quad \Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \quad \Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix} \qquad (\nu = 1, 2).$$

» Cela posé, je tire de mes recherches le théorème remarquable :

» *Le système* $(C_{\alpha\beta}^{(2\rho)})$, *composé par les systèmes respectifs* $\Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $\Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $\Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $\Gamma_\nu\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ $(\nu = 1, 2)$, *fournit deux quadruples de systèmes orthogonaux de la forme*

$$\begin{matrix} A_{1j}, & \pm A_{2j}, & \mp A_{3j}, & \pm A_{4j} \\ \mp A_{2j}, & A_{1j}, & \pm A_{4j}, & \pm A_{3j} \\ \pm A_{3j}, & \mp A_{4j}, & A_{1j}, & \pm A_{2j} \\ \mp A_{4j}, & \mp A_{3j}, & \mp A_{2j}, & A_{1j} \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} j = 1, 2, 3, 4 \\ \nu = 1, 2 \end{pmatrix}$$

qui remplissent identiquement *les conditions d'orthogonalité. Les deux signes correspondent aux deux quadruples respectifs.*

» *D'un autre côté, les coefficients* A_{ij} $(i, j = 1, 2, 3, 4)$ *coïncident avec les coefficients homologues* $c_5^2\, \mathfrak{f}_{\alpha\beta}^{(2\rho)}$.

» *Ainsi on obtient huit différentes expressions des seize coefficients du système* $(\mathfrak{f}_{\beta}^{(2\rho)})$ *au moyen des carrés des fonctions thêta.*

» Pour $\rho = 1$, le système $(\mathfrak{f}_{\alpha\beta}^{(2\rho)})$ prend la forme

$$(\vartheta_{\alpha\beta}^2(x_1, x_2)\, d^2 \log \vartheta_{\alpha\beta}^2(x_1, x_2)),$$

et le système $(C_{\alpha\beta}^{(2\rho)})$ la forme

$$(c_{\alpha\beta}\, c''_{\alpha\beta} + c'^{\,2}_{\alpha\beta}).$$

» Dans ce cas particulier, je vais communiquer les expressions des

coefficients A_{11}, A_{41}, on a alors :

$$c_0 c''_0 \vartheta_0^2(x) + c_{01} c''_{01} \vartheta_{01}^2(x) + c_{03} c''_{03} \vartheta_{03}^2(x) + c'^2_{24} \vartheta_{24}^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$
$$c_2 c''_2 \vartheta_2^2(x) + c_{12} c''_{12} \vartheta_{12}^2(x) + c_{23} c''_{23} \vartheta_{23}^2(x) + c'^2_{04} \vartheta_{04}^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$
$$c_4 c''_4 \vartheta_4^2(x) + c_{14} c''_{14} \vartheta_{14}^2(x) + c_{34} c''_{34} \vartheta_{34}^2(x) + c'^2_{02} \vartheta_{02}^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$
$$c'^2_{13} \vartheta_{13}^2(x) + c'^2_3 \vartheta_3^2(x) + c'^2_1 \vartheta_1^2(x) + c_5 c''_5 \vartheta_5^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$

$$c_0 c''_0 \vartheta_0^2(x) + c_2 c''_2 \vartheta_2^2(x) + c_4 c''_4 \vartheta_4^2(x) + c'^2_{13} \vartheta_{13}^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$
$$c_{01} c''_{01} \vartheta_{01}^2(x) + c_{12} c''_{12} \vartheta_{12}^2(x) + c_{14} c''_{14} \vartheta_{14}^2(x) + c'^2_3 \vartheta_3^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$
$$c_{03} c''_{03} \vartheta_{03}^2(x) + c_{23} c''_{23} \vartheta_{23}^2(x) + c_{34} c''_{34} \vartheta_{34}^2(x) + c'^2_1 \vartheta_1^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x),$$
$$c'^2_{24} \vartheta_{24}^2(x) + c'^2_{04} \vartheta_{04}^2(x) + c'^2_{02} \vartheta_{02}^2(x) + c_5 c''_5 \vartheta_5^2(x) = c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x);$$

$$c_0 c''_0 \vartheta_{13}^2(x) + c_{01} c''_{01} \vartheta_3^2(x) - c_{03} c''_{03} \vartheta_1^2(x) - c'^2_{24} \vartheta_5^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$
$$- c_2 c''_2 \vartheta_4^2(x) - c_{12} c''_{12} \vartheta_{14}^2(x) + c_{23} c''_{23} \vartheta_{34}^2(x) + c'^2_{04} \vartheta_{02}^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$
$$- c_4 c''_4 \vartheta_2^2(x) - c_{14} c''_{14} \vartheta_{12}^2(x) + c_{34} c''_{34} \vartheta_{23}^2(x) + c'^2_{02} \vartheta_{04}^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$
$$c'^2_{13} \vartheta_0^2(x) + c'^2_3 \vartheta_{01}^2(x) - c'^2_1 \vartheta_{03}^2(x) - c_5 c''_5 \vartheta_{24}^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$

$$- c_0 c''_0 \vartheta_{24}^2(x) + c_2 c''_2 \vartheta_{04}^2(x) - c_4 c''_4 \vartheta_{02}^2(x) + c'^2_{13} \vartheta_5^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$
$$- c_{01} c''_{01} \vartheta_{03}^2(x) + c_{12} c''_{12} \vartheta_{23}^2(x) - c_{14} c''_{14} \vartheta_{34}^2(x) + c'^2_3 \vartheta_1^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$
$$- c_{03} c''_{03} \vartheta_{01}^2(x) + c_{23} c''_{23} \vartheta_{12}^2(x) - c_{34} c''_{34} \vartheta_{14}^2(x) + c'^2_1 \vartheta_3^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$
$$- c'^2_{24} \vartheta_0^2(x) + c'^2_{04} \vartheta_2^2(x) - c'^2_{02} \vartheta_4^2(x) + c_5 c''_5 \vartheta_{13}^2(x) = c_5^2 \vartheta_{13}^2(x)\, d^2 \log \vartheta_{13}(x),$$

où

$$\vartheta(x) = \vartheta(x_1, x_2).$$

» La quatrième expression du coefficient $c_5^2 \vartheta_5^2(x)\, d^2 \log \vartheta_5(x)$ contient les formules importantes dues à M. Königsberger (voir *Journal f. d. reine u. angew. Math.*, t. LXV, p. 342).

» De ce théorème découlent encore, comme cas particuliers, de nombreuses formules découvertes par MM. M. Krause (voir *Die Transformation der hyperelliptischen Functionen erster Ordnung*, B. G. Teubner, Leipzig), Pascal (voir *Ann. di Mat.*, t. XXIV) et Bertolani (voir *Batt. Giorn.*, t. XXXIII et XXXIV). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes d'équations différentielles auxquels satisfont les fonctions quadruplement périodiques de seconde espèce.* Note de M. **M. Krause**, présentée par M. Picard [1].

« Je choisis comme fonctions fondamentales les grandeurs

$$(1) \qquad \varphi_r(u_1, u_2) = \frac{\vartheta_0 \vartheta_r(v_1 + a_1, v_2 + a_2)}{\vartheta_0(a_1, a_2)\vartheta_0(v_1, v_2)} e^{-\sum \frac{\partial \log \vartheta_0(a_1, a_2)}{\partial \alpha_\varepsilon} u_\varepsilon}, \qquad r: 0, 1, 3, 24, \quad \varepsilon: 1, 2,$$

dans lesquelles les arguments des fonctions ϑ seront désignés par v_1, v_2, a_1, a_2 et les arguments des fonctions hyperelliptiques par u_1, u_2, α_1, α_2. On peut établir des systèmes d'équations différentielles auxquels satisfont les quatre fonctions $\varphi_r(u)$ et d'autres auxquels satisfait chacune d'elles, par exemple $\varphi_1(u)$.

» I. Pour la première catégorie je choisis d'abord le système

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial x_0}{\partial u_1} &= - y_1 x_1 - y_{24} x_{24}, \\ \frac{\partial x_1}{\partial u_1} &= - y_1 x_0 + \frac{\partial \log \frac{\vartheta_1(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial \alpha_1} x_1 - y_{24} x_3, \\ \frac{\partial x_3}{\partial u_1} &= \quad y_{24} x_1 + \frac{\partial \log \frac{\vartheta_3(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial \alpha_1} x_3 - y_1 x_{24}, \\ \frac{\partial x_{24}}{\partial u_1} &= - y_{24} x_0 - y_1 x_3 + \frac{\partial \log \frac{\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial \alpha_1} x_{24}. \end{aligned} \right.$$

» Ici on a posé :

$$(3) \qquad x_r = \vartheta_r(a)\varphi_r(u), \qquad y_s = \frac{\theta'_s(u_1)_0}{\vartheta_0} \frac{\vartheta_s(v)}{\vartheta_0(v)}, \qquad s: 1, 24.$$

» Il s'ensuit un système semblable, si l'on différentie par rapport à u_2 au lieu de u_1.

» En outre, il existe des systèmes d'équations différentielles de second ordre. Je recommande à l'attention trois d'entre eux, dont toujours une

---

[1] Cette Note a été présentée dans la séance du 4 avril.

équation s'exprime ainsi

$$(4)\quad\begin{cases}\dfrac{\partial^2 x_1}{\partial u_1^2} = x_1(c + 2y_1^2 - 2y_{24}^2) - 2x_3 y_{24}\dfrac{\partial \log\dfrac{\vartheta_3(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_1},\\[2ex] \dfrac{\partial^2 x_1}{\partial u_1\,\partial u_2} = x_1(c' + 2k^2 y_1^2) - x_3 y_{24}\dfrac{\partial \log\dfrac{\vartheta_3(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_2} + x_{24} y_3\dfrac{\partial \log\dfrac{\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_1},\\[2ex] \dfrac{\partial^2 x_1}{\partial u_2^2} = x_1(c'' + 2k_4 y_1^2 + 2y_3^2) + 2x_{24} y_3\dfrac{\partial \log\dfrac{\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_2}.\end{cases}$$

Ici l'on pose

$$y_3 = \frac{\theta_3'(u_2)_0}{\vartheta_0}\,\frac{\vartheta_3(v)}{\vartheta_0(v)}.$$

Ce système montre quelques analogies avec l'*équation différentielle de Lamé* au cas des fonctions elliptiques.

» II. Les systèmes d'équations différentielles auxquels satisfait la fonction $\varphi_1(u)$ seule sont plus importants. Je prends d'abord un système de deux équations différentielles de premier ordre.

» Si l'on pose

$$(5)_a\qquad F(v, a) = \frac{\vartheta_1(v+a)\,\vartheta_1(v-a)}{\vartheta_0^2(v)},$$

ou aussi

$$(5)_b\qquad F(v, a) = -\frac{\vartheta_1^2(a)}{\vartheta_0^2(a)} + \frac{\vartheta_1^2(v)}{\vartheta_0^2(v)} - \frac{\vartheta_{24}^2(a)}{\vartheta_0^2(a)}\,\frac{\vartheta_3^2(v)}{\vartheta_0^2(v)} + \frac{\vartheta_3^2(a)}{\vartheta_0^2(a)}\,\frac{\vartheta_{24}^2(v)}{\vartheta_0^2(v)},$$

le système s'exprime ainsi

$$(6)\qquad 2F(v, a)\frac{\partial\varphi_1}{\partial u_\varepsilon} = \varphi_1\left(\frac{\partial F}{\partial u_\varepsilon} + \frac{\partial F}{\partial \alpha_\varepsilon}\right)\qquad \varepsilon : 1,\ 2;$$

il est donc d'une grande symétrie et simplicité.

» Quant aux équations différentielles de second ordre, la difficulté consiste à former des expressions différentielles qu'on peut représenter sous la forme de

$$\varphi_1 M;$$

ici M est une *fonction* hyperelliptique qui peut s'exprimer a l'aide des fonctions ϑ. La détermination de M ne présentant aucune difficulté, j'ai attaché l'importance principale à la formation d'expressions différentielles dudit genre. Le nombre en est très grand. Si l'on n'admet dans les coefficients

que de telles fonctions qui deviennent infiniment grandes pour les zéros de $\vartheta_0(v)$ seuls et si l'on suppose que les coefficients des grandeurs

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_1^2},\qquad \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_1\,\partial u_2},\qquad \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_2^2}$$

soient constants, trois simples et importantes équations, auxquelles on pourrait réduire toutes les autres, s'expriment ainsi

$$(7)\quad \vartheta_3(a)\frac{\partial\dfrac{\vartheta_3(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_2}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_1^2}+2k\frac{\vartheta_1(a)\vartheta_3(a)\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0^2(a)}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_1\,\partial u_2}+\frac{\vartheta_{34}^2}{\vartheta_2^2}\vartheta_{24}(a)\frac{\partial\dfrac{\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_1}\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_2^2}=\varphi_1 M_1,$$

$$(8)\quad k\lambda\mu\,\vartheta_3^2(a)\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_1^2}-\vartheta_{24}^2(a)\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_2^2}+\frac{2\lambda\mu\,\vartheta_1(a)\vartheta_3(a)\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0(a)}\left(k^2\frac{\partial\varphi_1}{\partial u_1}-\frac{\partial\varphi_1}{\partial u_2}\right)=\varphi_1 M_2,$$

$$(9)\quad -\vartheta_1(a)\vartheta_5(a)\vartheta_0(a)\vartheta_{01}(a)\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial u_1^2}+\mu\,\vartheta_{24}^2(a)\left[f_1(v)\frac{\partial\varphi_1}{\partial u_1}+f_2(v)\frac{\partial\varphi_1}{\partial u_2}\right]=\varphi_1 M_3.$$

» Ici on a posé

$$\vartheta_0^2(v)f_1(v)=\vartheta_1^2(a)\vartheta_{03}^2(v)+c\,\vartheta_5^2(a)\vartheta_{24}^2(v),$$
$$\mu^2\vartheta_0^2(v)f_2(v)=-\vartheta_0^2(a)\vartheta_{13}^2(v)+\vartheta_5^2(a)\vartheta_{24}^2(v),$$
$$-\vartheta_2\vartheta_4\vartheta_5(a)\vartheta_{24}(a)\,c=\vartheta_{12}\vartheta_{14}\vartheta_{03}(a)\vartheta_1(a)+\vartheta_{34}\vartheta_{23}\vartheta_3(a)\vartheta_{01}(a).$$

» Avec cela les grandeurs $\vartheta_0^2(v)M_1$, $\vartheta_0^2(v)M_2$, resp. $\vartheta_0^3(v)M_3$ sont des fonctions thêta de la caractéristique zéro et de second resp. troisième ordre. M_1 peut s'écrire

$$(10)\quad M_1=c_1+2c_2\,y_1^2+2\frac{\vartheta_{34}^2}{\vartheta_2^2}y_3^2\,\vartheta_{24}(a)\frac{\partial\dfrac{\vartheta_{24}(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_1}-2y_{24}^2\,\vartheta_3(a)\frac{\partial\dfrac{\vartheta_3(a)}{\vartheta_0(a)}}{\partial\alpha_2},$$

tandis que pour M_2 s'obtient la valeur

$$(11)\quad \left\{\begin{aligned} M_2 &= c_1'+2k^2\left[\frac{\vartheta_2^2}{\vartheta_{34}^2}\vartheta_3^2(a)-k^2\,\vartheta_{24}^2(a)\right]y_1^2\\ &\quad -2\vartheta_{24}^2(a)\,y_3^2-2k\lambda\mu\,\vartheta_3^2(a)\,y_{24}^2.\end{aligned}\right.$$

» Les valeurs de c_1, c_1' resp. c_2 seront déterminées si l'on pose

$$v_1=v_2=0\qquad\text{resp.}\qquad v_1=\frac{\tau_{11}+\tau_{12}}{2},\qquad v_2=\frac{\tau_{12}+\tau_{22}}{2}.$$

» Les équations que je viens d'établir appartiennent à la catégorie des équations sur lesquelles M. Appell et M. Picard ont appelé l'attention dans une Note insérée dans les *Comptes rendus* (21 mars 1881). »

MÉCANIQUE. — *Sur les équations de la théorie de l'élasticité*. Note de MM. **Eugène** et **François Cosserat**, présentée par M. Émile Picard.

« Les problèmes les plus simples de la théorie de l'élasticité consistent à déterminer trois intégrales du système connu

$$(1)\qquad \Delta_2 u + \xi \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \qquad \Delta_2 v + \xi \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \qquad \Delta_2 w + \xi \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0,$$

remplissant les conditions de continuité fondamentales et vérifiant à la frontière d'un domaine donné des conditions qui peuvent être très variées. Les recherches des géomètres italiens, en particulier les remarquables travaux de Betti et de M. Somigliana, ont révélé l'analogie étroite qui existe entre ce système et l'équation de Laplace. Nous avons cherché à avancer dans la voie ainsi ouverte et voici le point de vue auquel nous nous sommes placés. Pour fixer les idées, supposons que u, v, w prennent à la frontière des valeurs données. Si, comme l'ont fait MM. Picard et Poincaré pour des problèmes plus simples, nous envisageons ξ comme un paramètre, qui peut, d'ailleurs, être complexe, u, v, w seront des fonctions de ξ. *Nous nous sommes proposé de faire l'étude approfondie de ces fonctions de* ξ. En posant ainsi la question, on embrasse tous les travaux auxquels elle a déjà donné lieu ; en particulier les recherches intéressantes de M. Lauricella ne constituent au fond qu'un premier procédé pour former ces fonctions dans le voisinage de $\xi = 0$. Mais une lacune se présente au point de départ même de M. Lauricella : l'existence unique de la solution du problème considéré n'a été, en effet, établie par Betti que pour $\xi > \frac{1}{3}$; cette lacune doit tout d'abord être comblée.

» Dans un Mémoire de Borchardt, publié en 1873, se trouve un résultat curieux de calcul qui a été rappelé par M. Cesàro et que l'on peut expliquer et généraliser en le rattachant à une idée générale qui a déjà inspiré M. Picard. Le système (1) ayant son origine dans un problème du calcul des variations, cherchons une fonction σ qui soit une forme quadratique par rapport aux dérivées premières de u, v, w, avec des coefficients fonctions de x, y, z et telle que la méthode des variations appliquée à l'intégrale $\int\int\int \sigma \, dx \, dy \, dz$ conduise aux équations (1). Le problème est indéterminé et l'on a la solution intéressante

$$\sigma = \xi \theta^2 + 2\,\mathrm{X} \frac{\mathrm{D}(v, w)}{\mathrm{D}(y, z)} + 2\,\mathrm{Y} \frac{\mathrm{D}(w, u)}{\mathrm{D}(z, x)} + 2\,\mathrm{Z} \frac{\mathrm{D}(u, v)}{\mathrm{D}(x, y)} + \Delta_1 u + \Delta_1 v + \Delta_1 w,$$

où X, Y, Z sont trois fonctions arbitraires ne dépendant respectivement que de x, y, z. Cette indétermination de la fonction σ est importante et nous a conduits, entre autres résultats, à une modification précieuse des formules de Betti et de M. Somigliana. Faisons $X = Y = Z = 1$, nous retrouvons l'expression de Borchardt et nous en déduisons que si u, v, w vérifient les équations (1), ainsi que les conditions de continuité fondamentales dans un domaine clos à la frontière duquel ces fonctions s'annulent et ont des dérivées premières continues, on a

$$\iiint [4(\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2) + (\xi + 1)\theta^2]\, dx\, dy\, dz = 0,$$

où τ_1, τ_2, τ_3 sont les composantes de la rotation; on voit que si $\xi + 1$ est positif, u, v, w sont des fonctions harmoniques qui, étant nulles à la frontière, sont identiquement nulles.

» Le cas où $\xi + 1 = 0$ doit attirer l'attention. Le système (1) acquiert alors un degré de généralité exceptionnel, et il est clair que, dans ce cas, il existe normalement des intégrales s'annulant à la frontière d'un domaine clos; on peut faire disparaître cette singularité en *assujettissant* u, v, w *à annuler* $\Delta_2 \theta$ *et à avoir des dérivées troisièmes continues dans le domaine;* ces conditions supplémentaires sont vérifiées d'elles-mêmes pour les valeurs de ξ différentes de -1, et permettent d'étendre à la valeur -1 la proposition sur l'existence unique.

» Pour indiquer nettement le but que nous nous sommes efforcés d'atteindre à l'égard des fonctions de ξ, nous prendrons un exemple simple. Le problème de la sphère résolu d'abord par Lamé, lorsque les efforts sur la surface sont imposés, a été repris par Lord Kelvin qui a traité aussi le cas où les déplacements sont donnés à la frontière; le même problème a fait ensuite l'objet des recherches de Borchardt et de MM. Cerruti, Somigliana, Marcolongo, et enfin, les travaux de MM. Fontaneau et Almansi ont conduit à une solution particulièrement élégante qui, néanmoins, ne diffère pas essentiellement de celle de Lord Kelvin. On peut présenter cette dernière de la manière suivante : soient u_0, v_0, w_0 des fonctions harmoniques prenant les valeurs données pour u, v, w à la frontière d'une sphère de rayon a ayant pour centre l'origine; formons le développement de $\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial z}$ en série de polynomes sphériques F_i; définissons des nombres k_i et des polynomes U_i par les formules

$$k_i = -\frac{2i+1}{i}, \qquad U_i = \frac{1}{2(2i+1)}(x^2 + y^2 + z^2 - a^2)\frac{\partial F_i}{\partial x},$$

puis deux autres séries de polynomes V_i, W_i se déduisant des U_i par per-

mutation circulaire de x, y, z; on a

$$u = u_0 + \xi \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{k_i U_i}{\xi - k_i} \tag{2}$$

et des formules analogues pour v, w, en remplaçant u_0, U_i, par v_0, V_i, puis par w_0, W_i. Ces formules mettent en évidence que u, v, w sont des fonctions uniformes de ξ admettant les mêmes points critiques, savoir le point singulier essentiel -2 et les pôles simples $k_1, k_2, \ldots$; les résidus du pôle k_i sont les fonctions $k_i^2 U_i$, $k_i^2 V_i$, $k_i^2 W_i$ *qui jouissent de la propriété de s'annuler à la frontière et de vérifier les équations* (1) *où l'on fait* $\xi = k_i$.

» On peut d'ailleurs exprimer autrement les résultats précédents. G désignant la fonction de Green, il existe, pour la sphère, des fonctions harmoniques F_i (qui ne sont autres que les polynomes sphériques) vérifiant l'équation fonctionnelle

$$4\pi F_i(x, y, z) = k_i \int\int\int \left(\frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial F_i}{\partial x'} + \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial F_i}{\partial y'} + \frac{\partial G}{\partial z} \frac{\partial F_i}{\partial z'} \right) dx'\, dy'\, dz',$$

laquelle entraîne les relations $\int\int\int F_i F_k \, dx\, dy\, dz = 0 \; (i \neq k)$; si l'on détermine des fonctions U_i, V_i, W_i s'annulant à la frontière et dont les paramètres différentiels du second ordre soient égaux respectivement aux dérivées premières de F_i, ces fonctions vérifieront les équations (1) où $\xi = k_i$ et donneront lieu aux formules telles que (2).

» Ces résultats ont une certaine analogie avec ceux rencontrés par MM. Picard et Poincaré; mais une particularité se présente qui tient à *l'existence du point singulier essentiel* -2. On connaît l'objection faite à la démonstration du principe de Dirichlet donnée par Riemann, objection qui n'atteint pas le résultat final. Ici elle a plus de portée. Si nous considérons l'intégrale $\int\int\int (\Delta_1 u + \Delta_1 v + \Delta_1 w)\, dx\, dy\, dz$, où les fonctions u, v, w s'annulent à la frontière, satisfont aux conditions de continuité fondamentales et sont telles que $\int\int\int \theta^2 \, dx\, dy\, dz = 1$, elle a un minimum 1 qu'elle atteint; si l'on adjoint les conditions supplémentaires indiquées plus haut, parmi lesquelles se trouve $\Delta_2 \theta = 0$, cette fois, *le minimum n'est pas atteint*.

» Nous avons cherché à voir dans quelle mesure tout ce qui précède s'étend au cas général; l'application des raisonnements employés dans ces derniers temps par MM. Picard et Poincaré et par M. Le Roy offre des difficultés intéressantes qui nous ont conduits à reprendre l'étude des méthodes, analogues à celle de Neumann, proposées par M. Lauricella et par M. Poincaré. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le passage des ondes électriques, d'un conducteur à un autre* (1). Note de M. C. **Gutton**, présentée par M. Poincaré.

« Lorsque des ondes électriques, se propageant le long d'un fil rectiligne, arrivent à l'extrémité de ce fil, elles se réfléchissent; si, dans le prolongement, on tend un second fil de façon que les extrémités en regard soient peu éloignées, l'onde passe en partie à la surface de ce second fil et continue à s'y propager. Si l'on augmente les surfaces en regard des deux conducteurs, l'onde transmise au fil secondaire est plus intense. On peut, par exemple, souder à l'extrémité de l'un des fils un bout de tube en laiton, suivant l'axe duquel pénètre l'autre. J'ai reconnu par une méthode d'interférence que, dans ces conditions, le passage de l'onde d'un fil à l'autre n'était accompagné d'aucun changement de phase. On peut souder le tube, soit au fil secondaire (*fig.* 1), soit au fil primaire (*fig.* 2). J'ai varié l'expérience en me servant, pour transmettre l'onde, de petites bouteilles de Leyde. Quelle que soit leur capacité électrostatique, l'onde était transmise sans changement de phase.

» On peut se faire une idée des formes que doivent prendre les lignes de force électrique dans la région où l'onde passe d'un conducteur sur l'autre. Une onde le long du fil primaire est constituée par un système de lignes de force électrique, rectilignes, normales au fil, dont l'une des extrémités se propage sur le fil et l'autre sur les parois d'une très grande chambre métallique que, pour plus de simplicité, je supposerai entourer le fil. Vers l'extrémité du fil primaire, ces lignes de force se déforment, tout en restant astreintes à aboutir normalement aux surfaces conductrices. Une onde prendra naissance le long du conducteur secondaire, et, à une certaine distance de son extrémité, les lignes de force redeviendront rectilignes comme celles de l'onde primaire.

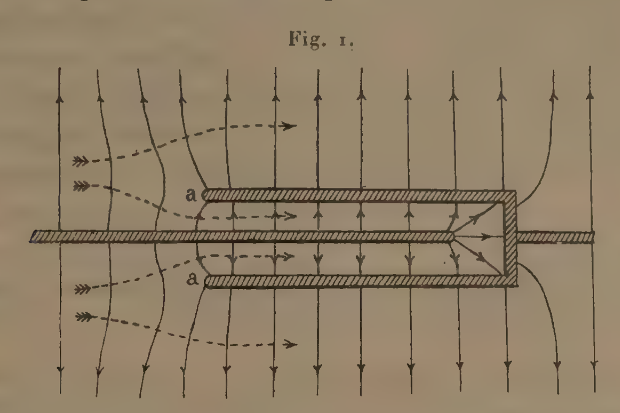
» Les figures montrent cette déformation des lignes de force. Les ondes se propagent de gauche à droite et passent du conducteur primaire au conducteur secondaire par l'intermédiaire d'un tube et d'un fil intérieur. Les figures sont tracées au moment du passage d'un maximum d'une onde de grande longueur.

---

(1) Travail exécuté au laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Nancy.

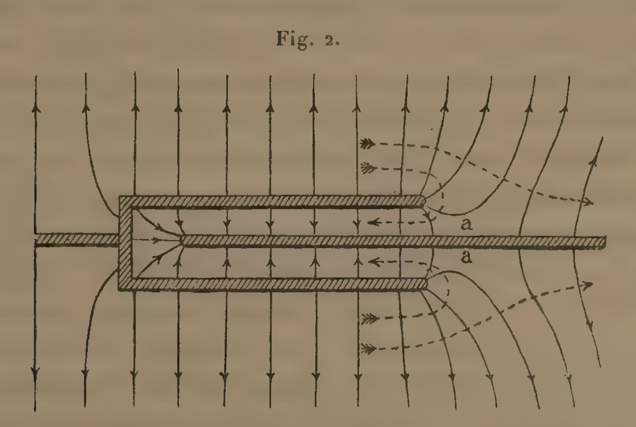
» Comme l'observation montre que l'onde est transmise sans changement de phase, il faut que, de part et d'autre de la région où cette onde passe d'un fil sur l'autre, les lignes de force soient dirigées dans le même sens, car si leur sens était renversé, le passage de l'onde s'effectuerait avec un changement de phase d'une demi-période.

Fig. 1.



» Une ligne de force ne peut finir brusquement dans le milieu diélectrique. Il en résulte que, si l'une des extrémités se propage sur un conducteur, elle ne peut le quitter tout à coup. Les extrémités des lignes de force qui se propagent sur les parois de la chambre ne peuvent donc les quitter; celles qui se propagent à la surface du conducteur primaire y resteront aussi sans pouvoir sauter à la surface du conducteur secondaire. La formation de l'onde secondaire s'explique alors par le tracé suivant : il y a dans le champ des régions (a) où la force électrique tend à devenir tangente à la surface du conducteur secondaire. Cette condition ne pouvant être réalisée, les lignes de force se coupent en deux parties normales à la

Fig. 2.



surface. L'un des deux systèmes de lignes de force ainsi formés constitue l'onde secondaire; l'autre, l'onde réfléchie à l'extrémité du conducteur primaire.

» Les lignes de force magnétique coupent normalement le plan de la figure, les trajectoires orthogonales des lignes de force électrique dans ce plan sont, d'après le théorème de Poynting, les lignes suivant lesquelles se propage l'énergie. Dans la région (a), ces lignes se divisent en deux faisceaux correspondant aux ondes réfléchies et transmises.

» Les figures montrent que, de part et d'autre de la région (a), la force électrique à la surface du conducteur secondaire a des directions opposées. Il y aura donc à la surface de ce conducteur des points où la force électrique est nulle. Dans la *fig.* 1, ces points se trouvent au bord de l'orifice du tube extérieur; dans la *fig.* 2, ils se trouvent sur le fil intérieur un peu au delà de sa sortie du tube.

» Dans ce second cas, on peut mettre en évidence l'existence de ces points de la manière suivante : les étincelles que l'on peut tirer du conducteur en approchant une petite pointe isolée, tenue normalement à sa surface, doivent être plus courtes aux points où la force électrique est nulle au moment du passage du maximum de l'onde. Les ondes étaient transmises au moyen d'un gros tube de laiton de $0^m,07$ de diamètre et de $0^m,50$ de long suivant l'axe duquel était disposée une tige de $0^m,02$ de diamètre reliée au fil secondaire. Je place sur cette tige un fragment de lame de laiton recourbée cylindriquement et s'appliquant bien sur la surface de la tige, de façon à se substituer à elle comme un plan d'épreuve se substitue à la surface d'un corps électrisé. Normalement à cette lame est fixée une pointe de laiton assez petite pour ne pas modifier sensiblement le champ. Des étincelles jaillissent entre cette pointe et la lame. Si l'on promène l'appareil le long de la tige ces étincelles s'éteignent dans une région située un peu au delà de l'orifice du tube et se rallument de part et d'autre.

» Ce procédé n'est pas applicable au cas de la *fig.* 1, les points de force électrique nulle se trouvant dans une région du conducteur où la courbure de sa surface varie trop rapidement pour qu'il soit possible de déplacer la petite lame de métal en la maintenant constamment appliquée sur cette surface. Je me suis alors servi pour explorer le champ d'une petite boule de verre de $0^m,01$ de diamètre où était fait le vide de Geissler et qui s'illuminait sous l'action des ondes. On peut constater qu'en la déplaçant à la surface des conducteurs cette illumination disparaît dans les régions où les figures font prévoir des points de force électrique nulle.

» Si, au lieu de se servir pour transmettre les ondes d'un tube et d'un fil intérieur, on relie les extrémités des fils au centre de deux plateaux circulaires, dont les plans sont parallèles et normaux à la direction des fils, on constate que l'onde est transmise avec un retard sensiblement égal au diamètre des plateaux. Ce résultat s'explique si l'on considère que l'énergie qui se propage près du fil primaire doit, pour rejoindre le fil secondaire, contourner les plaques par leurs bords. Ce retard est dû, non à un phénomène physique spécial, mais à la forme géométrique des conducteurs. Si, en effet, on applique les deux plateaux l'un contre l'autre, ce retard persiste quoique la discontinuité du conducteur disparaisse. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les propriétés thermiques des fluides saturés*. Note de M. E. MATHIAS [1], présentée par M. G. Lippmann.

« 1. Soit un poids, égal à 1^{gr}, d'une vapeur saturée sèche; la théorie montre que [2] pour une variation dv du volume, la variation *adiabatique* dx du titre est donnée par

$$\frac{dv}{dx} = u' - u - \frac{L}{m'}\frac{du'}{d\theta}, \tag{1}$$

m' étant la chaleur spécifique de la vapeur saturée à $\theta°$, L la chaleur de vaporisation, u' et u les volumes spécifiques de la vapeur saturée et du liquide saturé à la même température.

» Pour les températures extérieures aux points d'inversion de m' $(m' < 0)$, le signe du second membre de l'équation (1) n'est pas apparent, celui-ci se présentant sous la forme d'une différence. Les expériences calorimétriques que j'ai faites sur l'acide sulfureux permettent de montrer que, conformément aux conclusions de Clausius, $\frac{dv}{dx}$ est toujours du signe de m', d'où il suit que *la détente adiabatique d'une vapeur saturée produit toujours un abaissement de température*.

» 2. La théorie des propriétés thermiques des fluides saturés ne peut être faite qu'à la faveur d'une hypothèse sur une chaleur spécifique. Celle de M. Raveau [3], qui conduit à des conséquences que j'ai vérifiées, sup-

---

(1) Travail fait au laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Toulouse.

(2) Voir LIPPMANN, *Thermodynamique*, p. 174.

(3) C. RAVEAU, *Journ. de Phys.*, 3e série, t. I, p. 461; 1892.

pose que la chaleur spécifique *à volume constant* des fluides saturés reste finie même à la température critique. Mes expériences sur l'acide sulfureux permettent de démontrer directement l'exactitude de cette hypothèse.

» La chaleur spécifique à volume constant d'un mélange de liquide et de vapeur saturée de titre x et de poids égal à 1^{gr} est donnée par

$$(2) \qquad C_x = xC_1 + (1-x)C_0;$$

C_1 et C_0 sont ce que devient C_x quand on fait $x = 1$ et $x = 0$; s'ils restent finis toujours, il en sera de même de C_x. Ces quantités sont données par les équations

$$(3) \qquad C_0 = m - l\frac{du}{d\theta}, \qquad C_1 = m' - l\frac{du'}{d\theta}, \qquad l = \frac{L}{u'-u},$$

m désignant la chaleur spécifique du liquide saturé à θ.

» Le calcul montre que C_0 est positif, plus petit que m et va constamment en croissant jusqu'à la température critique. C_1 est toujours positif comme C_0, mais prend aux basses températures des valeurs très élevées qui décroissent quand la température s'élève, passant par un minimum vers 75°, suivi d'un maximum vers 110°. A partir de ce maximum, C_1 décroît constamment jusqu'à la température critique.

» *Les courbes* $C_1 = f(\theta)$ *et* $C_0 = \varphi(\theta)$ *se raccordent à la température critique suivant une tangente parallèle à l'axe des ordonnées, la limite commune de* C_1 *et* C_0 *étant finie et positive.*

» Les courbes à titre constant $C_x = \psi(\theta)$ sont telles que, pour une valeur fixe de θ, leurs tangentes soient concourantes. Toutes ces courbes admettent, à la température critique, la même tangente commune sauf une qui coupe toutes les autres sous un angle fini et qui est vraisemblablement celle de titre 0,5.

» La chaleur spécifique *à titre constant* d'un mélange saturé de titre x, qui est définie par

$$\mu_x = xm' + (1-x)m,$$

jouit de propriétés tout à fait analogues à celles de C_x.

» 3. Si l'on considère la *courbe de saturation* dans le plan des pv et une adiabatique *intérieure*, le coefficient angulaire de cette adiabatique est toujours négatif, la pression diminuant quand le volume augmente. On a, en effet,

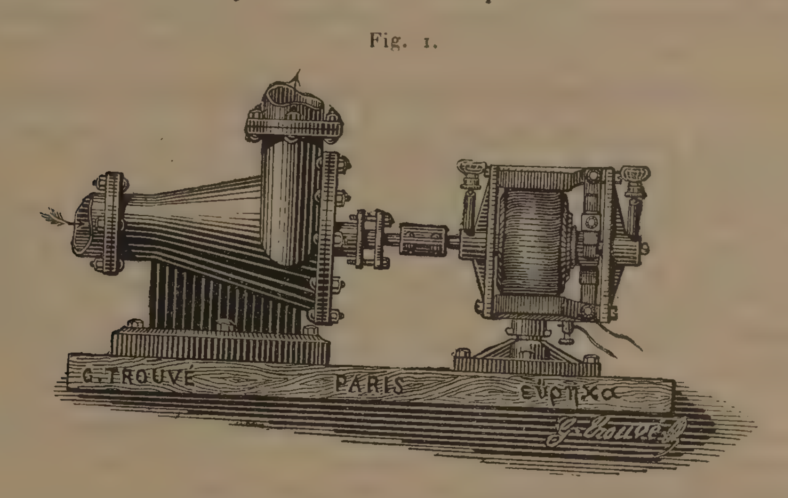
$$\frac{dp}{dv} = -\frac{l\frac{dp}{d\theta}}{C_x}.$$

» La limite de C_x n'étant ni nulle, ni définie, il s'ensuit que l'adiabatique *intérieure* qui passe par le sommet de la courbe de saturation n'est ni tangente ni orthogonale à cette courbe qu'elle rencontre obliquement. »

HYDRAULIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouvel appareil destiné à l'élévation des liquides.* Note de M. G. Trouvé, présentée par M. Maurice Lévy.

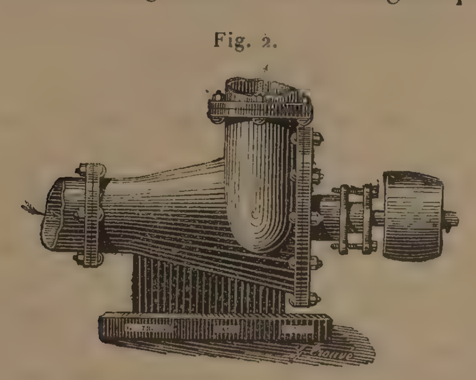
« L'appareil que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie est destiné à élever les liquides; il utilise la force de l'action centrifuge, combinée au mouvement giratoire imprimé à la veine liquide.

Fig. 1.



» Cet appareil se compose d'une pièce conique, ou, plus généralement, d'une surface de révolution à génératrice rectiligne quelconque, telle que

Fig. 2.



sa section transversale augmente progressivement à partir du point d'entrée du fluide liquide jusqu'à sa sortie. Cette surface tourne rapidement

autour de son axe; elle s'ajuste sans frottement dans un corps fixe de même forme, qui porte à la petite base l'orifice d'admission du liquide; la sortie s'effectue par un orifice placé tangentiellement et à la partie la plus élargie du cône.

» Cet instrument participe à la fois du principe de la pompe centrifuge et de la trombe.

» L'effet utile de l'appareil déjà grand est augmenté, quant à la pression, par l'adjonction, à l'intérieur du cône, d'une hélice dont le pas doit être égal à la vitesse de progression du liquide.

» Cette hélice ne constitue pas la partie essentielle du système; on le prouve par les expériences suivantes :

» 1° La suppression de l'hélice à l'intérieur du cône ne modifie pas le débit;

» 2° En faisant tourner le système en sens contraire, on obtient encore un débit assez considérable, malgré la résistance apportée par l'hélice tournant à l'opposé du mouvement de translation du liquide.

» Ces expériences nous ont montré les rapprochements qui existent entre les calculs théoriques et le résultat effectif concernant la pression.

» Nous avons voulu voir s'il en était ainsi pour le débit. Là, nous trouvons encore concordance entre les chiffres qu'indique le calcul et les débits obtenus.

» *Exemple.* — Débit par seconde sous pression d'une atmosphère, l'eau sortant librement du corps de pompe.

» Les orifices expérimentés ont été de : 12^{mm}, 60^{mm}, 113^{mm}.

» Les débits ont été respectivement : 1^{lit} par seconde, 27^{lit}, 100^{lit}.

» Or, en appliquant la formule $V = \sqrt{2gh}$ et le coefficient 0,823, nous avons

$$V = 0,823\sqrt{2gh}.$$

Donc

$$V = 0,823 \times 4,429 \times \sqrt{h};$$

d'où

$$V = 0,823 \times 3,162 \times 4,429 = 11^{m},20,$$

soit 115^{dm} pour le débit théorique par seconde et, pour les orifices indiqués plus haut :

mm		
12.........	$115 \times 0,0113 =$	1,299,
60.........	$115 \times 2,827 =$	32,510,
113.........	$=$	100,012.

» Nous nous proposons de compléter les chiffres cités plus haut et de

développer, dans une Note ultérieure, les conditions de rendement du travail mécanique employé.

» En somme, cet appareil peut, sous un très petit volume, donner un débit considérable; et ce débit peut, par son principe même, croître comme le carré de la vitesse. La rotation de plus en plus rapide de l'axe produira des débits et pressions de plus en plus considérables, dans la mesure, bien entendu, de la résistance de l'appareil.

» On peut prévoir, pour cet appareil, des emplois variés; pouvant mettre en mouvement de très grandes masses liquides, il pourra vraisemblablement servir également comme propulseur analogue à l'hélice des bateaux. »

PHYSIQUE. — *Sur l'aimantation plane de la pyrrhotine.* Note de M. **Pierre Weiss**, présentée par M. J. Violle.

« I. La pyrrhotine ou pyrite magnétique est, comme la magnétite, une substance magnétique et cristallisée. Les cristaux sont d'apparence hexagonale, mais leur symétrie est en réalité inférieure, tout au plus clinorhombique. Ils sont assez rares; les plus beaux viennent du Brésil, d'un gisement épuisé de Miñas Geraës. Grâce à l'obligeance de M. de Costa Seña, professeur à l'École des Mines d'Ouro Preto, à qui M. Friedel a bien voulu en demander pour moi, j'ai pu opérer sur des échantillons excellents de cette origine. Ils m'ont donné les résultats suivants :

» En approchant un cristal d'un aimant, on s'aperçoit que l'attraction est nulle quand on présente le plan de la base hexagonale perpendiculairement aux lignes de force, tandis qu'elle est très vive pour toute autre orientation. Il y a donc une direction pour laquelle l'aimantation est impossible et, par une généralisation immédiate, on est conduit à supposer que *la matière ne peut s'aimanter que dans le plan perpendiculaire à cette direction,* que j'appellerai pour abréger : *plan magnétique.*

» Je me suis proposé d'établir cette propriété avec précision, au moyen d'expériences d'induction, faites par la méthode balistique.

» 1° Une sphère taillée dans un cristal et une bobine induite qui l'entoure peuvent tourner, indépendamment l'une de l'autre, d'angles connus, dans un champ magnétique. Cette expérience donne, par la rotation de la bobine, la grandeur de l'aimantation dirigée suivant le plan magnétique, et par la rotation de la sphère de pyrrhotine, la différence entre l'aimantation parallèle et l'aimantation perpendiculaire au plan magnétique. Ces deux quantités sont les mêmes, à la précision des mesures près ($\frac{1}{100}$). L'aimantation perpendiculaire au plan magnétique est donc nulle.

» 2° J'ai cherché à démontrer cette nullité de l'aimantation perpendiculaire au plan magnétique, au moyen d'une expérience de zéro, plus précise que les expériences de mesure. La sphère a été fixée à l'extrémité d'une tige cylindrique en laiton, le plan magnétique perpendiculaire à l'axe du cylindre. On fait glisser cette tige dans la perforation des noyaux d'un électro-aimant, disposé pour les expériences de polarisation rotatoire magnétique. On peut ainsi faire pénétrer la sphère dans une petite bobine fixe, placée dans le champ magnétique, ou l'en retirer. L'impulsion observée au galvanomètre balistique est extrêmement petite, certains indices permettent de l'attribuer à la non uniformité du champ. En supposant que l'on veuille néanmoins l'attribuer à une aimantation perpendiculaire au plan magnétique, on serait conduit à assigner à celle-ci une limite supérieure égale à $\frac{1}{680}$ de l'aimantation dans ce plan. Cette expérience, faite sur deux sphères provenant d'échantillons différents, établit donc avec une entière rigueur l'existence d'une direction suivant laquelle l'aimantation est impossible.

» 3° En faisant tourner la sphère dans le champ magnétique, de façon à la faire passer de la position de nulle aimantation à une position de facile aimantation, par une série de positions intermédiaires, on a déterminé, pour chacune de celles-ci, les composantes de l'aimantation parallèle et de l'aimantation perpendiculaire au champ. Leur résultante donne la grandeur et la direction de l'aimantation. *Cette direction est fixe par rapport au corps et contenue dans le plan magnétique.*

» II. Comparées à la pyrrhotine du Brésil, qui est un corps ferromagnétique possédant une aimantation à saturation notable, de 70 unités environ, les pyrrhotines d'autres provenances sont faiblement magnétiques et doivent être considérées comme des espèces magnétiques différentes.

» J'ai trouvé des susceptibilités comprises entre 0,01 et 0,05 dans le plan magnétique. Cette circonstance rend difficile la démonstration rigoureuse de l'absence d'aimantation en dehors d'un plan déterminé; entre autres difficultés, l'aimantation du support en laiton dont je me suis servi jusqu'à présent cesse d'être négligeable.

» Cependant l'emploi de la méthode de zéro que je viens de décrire permet d'affirmer que l'aimantation perpendiculaire au plan de facile aimantation, si elle existe, est inférieure à

$\frac{1}{15}$ (pyrrhotine de Bavière),
$\frac{1}{17}$ (» New-Jersey),
$\frac{1}{42}$ (» Norvège)

de l'aimantation dans ce plan.

» Il ne me paraît pas douteux que l'étude plus détaillée de ces substances, que je poursuis actuellement, ne permette d'étendre à toutes les pyrrhotines cette propriété de l'aimantation réduite à un plan, si différente de tout ce que l'on est habitué à rencontrer, tant dans les faits expérimentaux du magnétisme que dans les théories au moyen desquelles on les a coordonnés. »

PHYSIQUE. — *Rayons émis par les composés de l'uranium et du thorium.* Note de Mme **Sklodowska Curie** [1], présentée par M. Lippmann.

« J'ai étudié la conductibilité de l'air sous l'influence des rayons de l'uranium, découverts par M. Becquerel, et j'ai cherché si des corps autres que les composés de l'uranium étaient susceptibles de rendre l'air conducteur de l'électricité. J'ai employé pour cette étude un condensateur à plateaux; l'un des plateaux était recouvert d'une couche uniforme d'uranium ou d'une autre substance finement pulvérisée. (Diamètre des plateaux, 8^{cm}; distance, 3^{cm}.) On établissait entre les plateaux une différence de potentiel de 100 volts. Le courant qui traversait le condensateur était mesuré en valeur absolue au moyen d'un électromètre et d'un quartz piézoélectrique.

» J'ai examiné un grand nombre de métaux, sels, oxydes et minéraux [2]. Le Tableau ci-après donne, pour chaque substance, l'intensité du courant i en ampères (ordre de grandeur, 10^{-11}). Les substances que j'ai étudiées et qui ne figurent pas dans le Tableau sont au moins 100 fois moins actives que l'uranium.

	Ampères.
Uranium légèrement carburé	24×10^{-12}
Oxyde noir d'uranium U^2O^5	27 »
Oxyde vert d'uranium U^3O^8	18 »
Uranates d'ammonium, de potassium, de sodium, environ	12 »
Acide uranique hydraté	6 »
Azotate d'uranyle, sulfate uraneux, sulfate d'uranyle et de potassium, environ	7 »
Chalcolite artificielle (phosphate de cuivre et d'uranyle)	9 »
Oxyde de thorium en couche de $0^{mm},25$ d'épaisseur	22 »
Oxyde de thorium en couche de 6^{mm} d'épaisseur	53 »
Sulfate de thorium	8 »

---

(1) Ce travail a été fait à l'École municipale de Physique et de Chimie industrielles.

(2) L'uranium employé pour cette étude a été donné par M. Moissan. Les sels et oxydes étaient des produits purs, provenant du laboratoire de M. Étard à l'École de Physique et Chimie. M. Lacroix a bien voulu me procurer quelques échantillons de minéraux de provenance connue, de la collection du Muséum. Quelques oxydes rares et purs ont été donnés par M. Demarçay. Je remercie ces messieurs de leur obligeance.

		Ampères.
Fluoxytantalate de potassium		2×10^{-12}
Fluoxyniobate de potassium et oxyde de cérium		0,3 »
Pechblende de Johanngeorgenstadt		83 »
» de Cornwallis		16 »
» de Joachimsthal et de Pzibran		67 »
Chalcolite naturelle		52 »
Autunite		27 »
Thorites diverses	de 2 à	14 »
Orangite		20 »
Samarskite		11 »
Fergusonite, monazite, xénotime, niobite, æschinite	de 3 à	7 »
Clèveïte très active.		

» Tous les composés de l'uranium étudiés sont actifs et le sont, en général, d'autant plus qu'ils contiennent plus d'uranium.

» Les composés du thorium sont très actifs. L'oxyde de thorium dépasse même en activité l'uranium métallique.

» Il est à remarquer que les deux éléments les plus actifs, l'uranium et le thorium, sont ceux qui possèdent le plus fort poids atomique.

» Le cérium, le niobium et le tantale semblent être légèrement actifs.

» Le phosphore blanc est très actif, mais son action est probablement d'une autre nature que celle de l'uranium et du thorium. En effet, le phosphore n'est actif ni à l'état de phosphore rouge ni à l'état de phosphates.

» Les minéraux qui se sont montrés actifs contiennent tous des éléments actifs. Deux minéraux d'uranium : la pechblende (oxyde d'urane) et la chalcolite (phosphate de cuivre et d'uranyle) sont beaucoup plus actifs que l'uranium lui-même. Ce fait est très remarquable et porte à croire que ces minéraux peuvent contenir un élément beaucoup plus actif que l'uranium. J'ai reproduit la chalcolite par le procédé de Debray avec des produits purs; cette chalcolite artificielle n'est pas plus active qu'un autre sel d'uranium.

» *Absorption.* — Les effets produits par les substances actives augmentent avec l'épaisseur de la couche employée. Cette augmentation est très faible pour les composés de l'uranium; elle est considérable pour l'oxyde de thorium qui semble ainsi partiellement transparent pour les rayons qu'il émet.

» Pour étudier la transparence des diverses substances, on les place en

plaque mince par dessus la couche active. L'absorption est toujours très forte. Cependant les rayons traversent les métaux, le verre, l'ébonite, le papier sous faible épaisseur. Voici la fraction du rayonnement transmise par une lame d'aluminium d'épaisseur $0^{mm},01$.

$0^{mm},2$	pour l'uranium, uranate d'ammoniaque, oxyde uraneux, chalcolite artificielle.
0,33	pour la pechblende et la chalcolite naturelle.
0,4	pour l'oxyde de thorium et le sulfate de thorium en couche de $0^{mm},5$.
0,7	pour l'oxyde de thorium en couche de 6^{mm}.

» On voit que les composés d'un même métal émettent des rayons également absorbés. Les rayons émis par le thorium sont plus pénétrants que ceux émis par l'uranium; enfin, l'oxyde de thorium en couche épaisse émet des rayons beaucoup plus pénétrants que ceux qu'il émet en couche mince.

» *Impressions photographiques.* — J'ai obtenu de bonnes impressions photographiques avec l'uranium, l'oxyde uraneux, la pechblende, la chalcolite, l'oxyde de thorium. Ces corps agissaient à petite distance, soit à travers l'air, soit à travers le verre, soit à travers l'aluminium. Le sulfate de thorium donne des impressions plus faibles et le fluoxytantalate de potassium des impressions très faibles.

» *Analogie avec les rayons secondaires des rayons de Röntgen.* — Les propriétés des rayons émis par l'uranium et le thorium sont très analogues à celles des rayons secondaires des rayons de Röntgen, étudiés récemment par M. Sagnac. J'ai constaté d'ailleurs que, sous l'action des rayons de Röntgen, l'uranium, la pechblende et l'oxyde de thorium émettent des rayons secondaires qui, au point de vue de la décharge des corps électrisés, font généralement plus d'effet que les rayons secondaires du plomb. Parmi les métaux étudiés par M. Sagnac, l'uranium et le thorium viendraient se placer à côté et au delà du plomb.

» Pour interpréter le rayonnement spontané de l'uranium et du thorium on pourrait imaginer que tout l'espace est constamment traversé par des rayons analogues aux rayons de Röntgen mais beaucoup plus pénétrants et ne pouvant être absorbés que par certains éléments à gros poids atomique, tels que l'uranium et le thorium. »

PHYSIQUE. — *Sur un moyen d'augmenter l'intensité et la rapidité d'action des rayons* X. Note de M. F. **Garrigou**, présentée par M. Potain. (Extrait.)

« Dès le mois de décembre 1897, en étudiant les eaux minérales au moyen des rayons Röntgen, je m'étais aperçu que les rayons émis par un petit focus, étant conduits directement dans un cylindre de verre entouré de papier d'étain, et partant du focus pour aller à l'écran fluorescent, augmentaient la luminosité de cet écran à son contact avec le cylindre. Quelques radiographies obtenues à l'extrémité du cylindre, comparées à d'autres radiographies faites dans les mêmes conditions, moins le cylindre, étaient sensiblement plus nettes, plus claires et plus rapidement obtenues dans le premier cas que dans le second.

» J'adresse aujourd'hui à l'Académie ([1]) les radiographies obtenues dans seize expériences, choisies dans une cinquantaine, et permettant de constater l'augmentation d'intensité et la rapidité d'action des rayons X, enfermés dans des espaces qui les concentrent sur des points limités.

» Les différences de teintes, de netteté et d'intensité, sont d'ailleurs bien plus sensibles sur les clichés eux-mêmes que sur les tirages sur papier.

» Toutes ces expériences ont été faites dans des conditions identiques : un petit tube bi-anodique, distance de $0^{m},20$, 2 ampères, quatre minutes de pose. Les plaques employées étaient des plaques bleues Lumière, ordinaires (non pour rayons X). J'ai constamment laissé une lame de plomb sous les clichés pendant leur pose.

» *Conclusions.* — Ces expériences, et d'autres encore, me conduisent aux conclusions suivantes :

» 1° En prenant les rayons X au sortir de l'ampoule qui les produit, et en les condensant dans un espace restreint, limité à la volonté de l'opérateur, et cela dans des chambres de grès, de verre, de zinc, de plomb, etc., on augmente leur action sur les plaques radiographiques.

» 2° Cette augmentation d'action se traduit par une action plus profonde

---

([1]) Le 24 janvier dernier, l'Académie a bien voulu accepter le dépôt d'un pli cacheté, inscrit sous le n° 5979, dans lequel je prenais date pour les constatations que j'avais déjà faites.

sur les objets, qui sont plus complètement traversés, et qui finissent presque par disparaître sur la plaque photographique; la plaque elle-même, après le développement et la fixation, est incapable de donner une épreuve aussi claire et aussi nette que le cliché obtenu dans les mêmes conditions, mais sans condensateur.

» 3° Si la pose a été suffisamment courte pour ne pas donner des épreuves en quelque sorte brûlées, les objets radiographiés sont plus nets et présentent plus de détails avec le condensateur que sans le condensateur.

» 4° L'emploi d'un condensateur approprié pourra donc servir à diminuer, en clinique, la durée des poses, et à fournir des épreuves plus nettes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les combinaisons de la pyridine et de la triméthylamine avec les acides formique et acétique.* Note de M. G. André.

« I. J'ai décrit récemment (*Comptes rendus,* t. CXXV, p. 1187) des combinaisons que les acides formique, acétique, propionique contractaient avec la pyridine et j'ai montré le caractère instable des liquides ainsi obtenus. Quand on prend la densité de vapeur de ces combinaisons, on constate qu'elles sont complètement dissociées en leurs éléments, ce qui était presque évident *a priori*. Ainsi le composé $5CH^2O^2.2C^5H^5Az$, dont le poids moléculaire est de 388, a fourni, calculé d'après sa densité de vapeur, le chiffre de 56,3, soit le septième du poids moléculaire réel. Le composé $3C^2H^4O^2.2C^5H^5Az$, dont le poids moléculaire est de 338, a fourni 70,7, soit le cinquième environ du poids moléculaire réel.

» J'ajouterai que l'on peut facilement préparer le composé $5CH^2O^2.2C^5H^5Az$ en distillant, après l'avoir chauffé quelque temps au réfrigérant ascendant, un mélange de molécules égales d'acide oxalique et de pyridine. Après plusieurs rectifications, on isole une portion assez abondante qui bout à 150°-151° (corrigé) ($H = 760^{mm}$) et qui répond à la formule ci-dessus.

» II. J'ai déterminé la chaleur de formation de ces composés par deux voies. Soit d'abord $5CH^2O^2.2C^5H^5Az$. 1° La chaleur de dissolution de l'acide formique a été trouvée égale, vers 10°, à $+ 0^{Cal},13$ (soit $+ 0^{Cal},65$ pour 5 molécules); celle de la pyridine est de $+ 2^{Cal},7$ (soit $5^{Cal},4$ pour

2 molécules); la chaleur de neutralisation de $5CH^2O^2$ dissous par $2C^5H^5Az$ dissous a été trouvée de $+8^{Cal},3$; la chaleur de dissolution du composé $5CH^2O^2.2C^5H^5Az$ dans un excès d'eau a donné $-0^{Cal},9$. On en tire donc

$$x - 0^{Cal},9 = +0^{Cal},65 + 5^{Cal},4 + 8^{Cal},3;$$

d'où

$$5CH^2O^2.2C^5H^5Az \text{ liquide dégage } +15^{Cal},25.$$

2° J'ai fait agir directement, dans un petit tube de verre maintenu au sein d'une masse d'eau déterminée, contenue dans le calorimètre, 5 molécules d'acide formique sur 2 molécules de pyridine, ce qui m'a fourni, pour la chaleur de formation de $5CH^2O^2.2C^5H^5Az$ liquide, le chiffre de $+15^{Cal},3$.

» La combinaison acétique a donné les chiffres suivants : chaleur de dissolution de trois molécules $C^2H^4O^2 = +1^{Cal},2$; chaleur de dissolution de deux molécules $C^5H^5Az = +5^{Cal},4$; chaleur de neutralisation de $3C^2H^4O^2$ dissous par $2C^5H^5Az = +7^{Cal}$; chaleur de dissolution du composé $3C^2H^4O^2.2C^5H^5Az$ dans un excès d'eau $= +7^{Cal},85$. On en tire donc

$$x + 7^{Cal},85 = +1^{Cal},2 + 5^{Cal},4 + 7^{Cal};$$

d'où

$$3C^2H^4O^2.2C^5H^5Az \text{ liquide dégage } +5^{Cal},75.$$

Or on a obtenu, par l'action directe de l'acide acétique sur la pyridine, le chiffre $+5^{Cal},9$.

» III. J'ai ensuite examiné la façon dont se comportent à la distillation les acides formique et acétique dans lesquels on a dissous de la triméthylamine. J'ai fait passer, dans de l'acide formique pur, un courant de triméthylamine pure en refroidissant bien; il s'est formé des cristaux extrêmement déliquescents, que j'ai redissous à une faible chaleur, et j'ai distillé le liquide. Il s'est dégagé d'abord de la triméthylamine, mais il n'a passé, jusqu'à 180°, que quelques gouttes de liquide. Entre 180° et 185° ($H = 756^{mm}$), la totalité du liquide a distillé. Celui-ci a fourni à l'analyse les chiffres suivants : $C = 36,91$, $H = 7,89$, $Az = 8,04$ pour 100, ce qui répond assez sensiblement à la formule $5CH^2O^2.2(CH^3)^3Az$, qui demande $C = 37,92$, $H = 8,04$, $Az = 8,04$. Cette portion, soumise à la redistillation, passait presque en totalité à 178°,5-180° ($H = 749^{mm},5$).

» Ce liquide, distillé dans le vide, bout à point fixe à 95°,5 ($H = 16^{mm}$); il ne change pas de composition, ainsi que l'indiquent les chiffres suivants : $C = 37,14$, $H = 7,86$, $Az = 8,09$. A l'état de vapeur, ce composé, dont le

poids moléculaire est de 348, est complètement dissocié. Sa densité de vapeur est égale à 1,69, ce qui conduit à un poids moléculaire de 48,8, soit le septième du poids réel.

» J'ai procédé de même avec l'acide acétique et la triméthylamine. Le liquide obtenu, soumis à la distillation, n'a fourni, jusqu'à 150°, que des traces de matière. La presque totalité a passé entre 150° et 154°, surtout à 154° ($H = 755^{mm},5$), quelques gouttes seulement au delà de cette température. L'analyse a donné pour la composition de ce liquide : $C = 43,77$, $H = 8,49$, $Az = 4,76$ pour 100; la formule $4C^2H^4O^2.(CH^3)^3Az$ demande $C = 44,14$, $H = 8,96$, $Az = 4,68$. Distillé dans le vide, ce liquide a passé en presque totalité à 80°-81° ($H = 37^{mm}$) et n'a pas changé de composition, car on a trouvé : $C = 44,14$, $H = 8,61$, $Az = 5,31$.

» A l'état de vapeur, il est, comme le précédent, complètement dissocié. Sa densité de vapeur a donné le chiffre 2,08, ce qui répond au poids moléculaire de 60; or le poids moléculaire de $4C^2H^4O^2.(CH^3)^3Az$ est de 299, soit cinq fois plus fort.

» Remarquons que les combinaisons que la triméthylamine contracte avec les acides formique et acétique semblent plus stables que celles que contracte la pyridine avec les mêmes acides : la combinaison formique a le même type de formule que celle qui est obtenue avec la pyridine; la combinaison acétique est plus riche en acide. Ces deux combinaisons avec la triméthylamine présentent un point d'ébullition très notablement plus élevé que celui de leurs composants.

» Je n'ai rien obtenu en distillant un mélange d'acide acétique et de diméthylaniline; il y a, après deux tours de fractionnement, séparation pure et simple des deux composants. »

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Influence de mouvements de vague sur le développement des larves de grenouille*. Note de M. ÉMILE YUNG, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Dans une Note relative à l'action de l'eau salée sur le développement des larves de *Rana esculenta*, présentée à l'Académie en 1885 ([1]), j'ai fait allusion à des expériences destinées à déterminer l'influence de l'agitation

([1]) *Comptes rendus*, t. CI, page 113.

de l'eau sur ces mêmes larves. Ces expériences ont été poursuivies depuis cette époque et répétées cinq fois. Étant donné que les Batraciens déposent naturellement leurs œufs dans les eaux calmes des marais et des petits lacs, il y avait, en effet, intérêt à les soumettre, toutes choses (température, éclairage, alimentation, etc.) demeurant égales d'ailleurs, à des conditions mécaniques totalement différentes.

» L'appareil qui m'a servi dans ce but consiste en un agitateur composé d'un large plateau suspendu au plafond par des fils métalliques de 3^m de long et animé de mouvements saccadés, au moyen d'une bielle excentrique mue par un petit moteur Edison, actionné lui-même par une pile de Bunsen de très grande dimension. Les vases renfermant les têtards sont assujettis au plateau de sorte que, quand celui-ci est en mouvement, la masse entière de leur contenu est secouée de fortes trépidations et la surface de l'eau parcourue de vagues de 5^{cm} à 6^{cm} de hauteur.

» Voici les résultats obtenus dans ces conditions :

» 1° Les œufs de grenouille fraîchement fécondés ne tardent pas à périr à cause des troubles qui surviennent dans la marche de la segmentation ou celle de la formation des feuillets blastodermiques. Je reviendrai plus tard sur ces altérations qui sont de nature à intéresser les embryogénistes.

» 2° Lorsque les œufs sont déjà embryonnés au début de l'expérience, leur développement se poursuit, mais la mortalité est grande, surtout pendant les premières semaines. Au moment de l'éclosion des jeunes têtards, beaucoup d'entre eux sont dispersés dans le vase et, ne trouvant pas la force de lutter contre les vagues pour revenir à l'albumine qui constitue leur premier aliment, meurent d'inanition. Les autres, qui réussissent à manger, grandissent. Toutefois, leur croissance, comparée à celle de têtards provenant de la même ponte et servant de témoins élevés dans des vases identiques, mais non agités, est notablement retardée.

» La moyenne des survivants, à l'époque d'apparition des pattes postérieures, a été de 16 pour 100 (moyenne des cinq séries d'expériences, portant chacune sur 100 individus éclos), et le retard moyen sur les têtards témoins a été de vingt-huit jours. A l'apparition des pattes antérieures, la moyenne des survivants a été réduite à 5 individus et le retard sur les témoins a été de quarante-deux jours. Les expériences, poursuivies jusqu'au 15 novembre, n'ont jamais fourni de jeunes grenouilles. A cette époque, les survivants, au nombre de *deux* en moyenne, étaient âgés de près de huit mois et demeuraient à l'état de têtards alors que leurs frères témoins s'étaient tous transformés en grenouilles dans le courant du troisième mois. L'agitation de l'eau paraît être incompatible avec la métamorphose dernière.

» 3° Les têtards agités se distinguent des autres par le développement remarquable de leur queue en longueur et en diamètre, comparée aux dimensions totales du corps, et par le développement des formations cornées de leur vestibule buccal, qui, l'un et l'autre, sont sans doute des conditions de leur survivance.

» 4° Les têtards agités ont, à l'âge de huit mois, une taille monstrueuse, semblable à celle des têtards élevés à basse température pendant une année.

» L'agitation du liquide ne s'oppose donc pas à la croissance, mais seulement à la résorption de la queue. Les circonstances ne m'ayant pas permis de prolonger l'expérience au delà de huit mois, je m'abstiens de conjectures sur le sort ultérieur de têtards élevés dans de telles conditions. »

M. **J.-J. Andeer** adresse de nouvelles observations relatives au ramollissement des os par l'emploi de la phloroglucine.

La séance est levée à 3 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 12 avril 1898.

Les actualités chimiques. Revue des progrès de la Chimie pure et appliquée, publiée sous la direction de M. Charles Friedel, de l'Institut. Rédacteur : M. George-F. Jaubert, Docteur ès Sciences. Tome III. Nos 1 et 2. Paris, G. Carré et C. Naud; 2 fasc. in-8°.

Revue de Mécanique, publiée sous le patronage et la direction technique d'un Comité de rédaction : M. Haton de la Goupillière, Membre de l'Institut, Inspecteur général des Mines, Président. Tome II. N° 3. Mars 1898. Paris, Vve Ch. Dunod, 1898; 1 fasc. in-4°.

Bulletin de la Société zoologique de France, pour l'année 1897. Tome XXII. Paris, 1897; 1 vol. in-8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine, publié par MM. J. Bergeron, Secrétaire perpétuel, E. Vallin, Secrétaire annuel. N° 14. Séance du 5 avril 1898. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-8°.

L'Intermédiaire des Biologistes, organe international de Zoologie, Botanique, Physiologie et Psychologie. Directeur : Alfred Binet; Directeur adjoint : Victor Henri. 5 avril 1898. N° 11. Paris, Schleicher frères; 1 fasc. in-8°.

Journal de la Société nationale d'Horticulture de France. 3e série. Tome XX. Mars 1898. Paris; 1 fasc. in-8°.

Soleil, Terre et Électricité (Un chapitre de la théorie nouvelle de l'Univers), par le professeur Ir. Skovortzow. Kharkow, 1898; 1 broch. in-8°.

Observations publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande. Volume quinzième. Première livraison. Observations météorologiques faites à Helsingfors en 1896. Helsingfors, 1897; 1 vol. in-4°.

The Proceedings and transactions of the Nova Scotian Institute of Science; Halifax (Nova Scotia). Session of 1896-97. Volume IX. Part. 3. Halifax, 1897; in-8°.